

## Διατύπωση υποθέσεων και επαλήθευσή τους στη γεωγραφία: η συσχέτιση (\*)



Έχουμε δει ότι η γεωγραφία είχε προσπαθήσει κατά το παρελθόν να διατυπώσει νόμους για να ερμηνεύσει φαινόμενα με βάση τη γενική αρχή της *γεωγραφικής αιτιότητας* και ότι στην προσπάθειά της αυτή είχε αποτύχει.

Η σύγχρονη γεωγραφία (η ανθρωπογεωγραφία και άλλοι κλάδοι) αξιοποιώντας γνώσεις από τη στατιστική και από άλλους εφαρμοσμένους κλάδους των μαθηματικών μπορεί να επαληθεύσει τις υποθέσεις που γίνονται κατά την ερευνητική διαδικασία.

### ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΠΙΝΑΚΕΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Με βάση στατιστικά στοιχεία, δηλαδή πίνακες δεδομένων, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι μερικές πόλεις της Ελλάδας αυξήθηκαν αναλογικά περισσότερο από άλλες, ως προς τον πληθυσμό τους, κατά τα τελευταία χρόνια. Λαμβάνοντας υπόψη ότι γενικά η αγροτική έξοδος (αστικοποίηση - πολεοποίηση) ευνοεί κατά τη μετακίνηση του πληθυσμού την αύξηση του πληθυσμού των μεγάλων αστικών κέντρων, υποθέτουμε ότι ο πληθυσμός των μεγάλων πόλεων θα αυξήθηκε αναλογικά περισσότερο από ότι ο πληθυσμός των μικρότερων πόλεων. Δηλαδή στις μεγαλύτερες πόλεις, εκτός από τη βιολογική φυσική αύξηση (γεννήσεις μείον θάνατοι) του πληθυσμού, θα είχαμε και εκδήλωση φαινομένων εσωτερικής μετανάστευσης, δηλαδή εγκατάσταση κατοίκων της υπαίθρου. Η υπόθεση αυτή, δηλαδή ότι:

**(Υ1)** *ο πληθυσμός των σχετικά μεγαλύτερων πόλεων θα αυξήθηκε σχετικά περισσότερο από όσο ο πληθυσμός των μικρότερων πόλεων,*

μπορεί να ελεγχθεί και — ενδεχομένως — να επαληθευθεί.

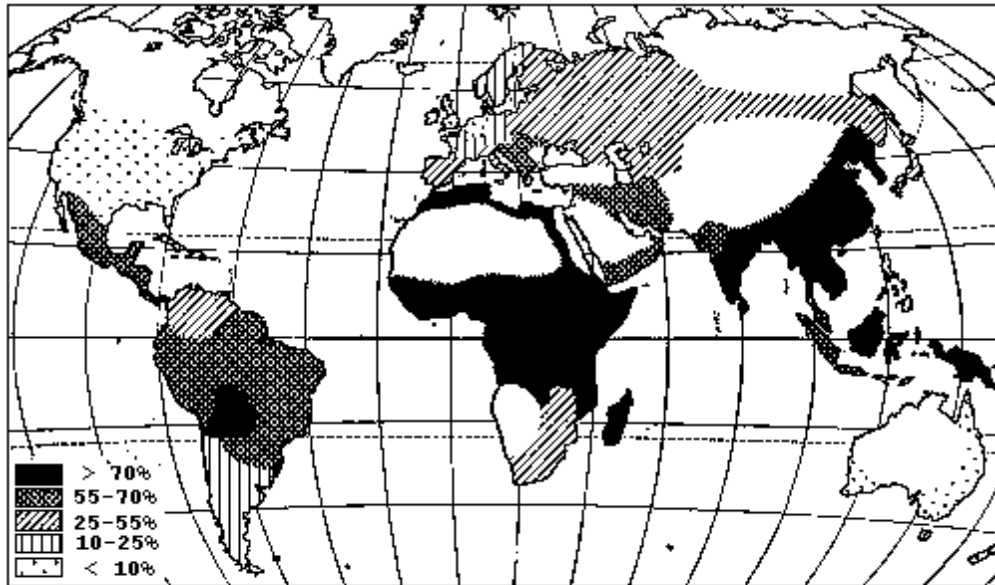
Παρόμοιες υποθέσεις που μπορούν να προκύψουν από την προσεκτική παρατήρηση ενός στατιστικού πίνακα και να ελεγχθούν ως προς την ισχύ τους είναι οι ακόλουθες :

**(Υ2)** *οι χώρες με μικρό κατά κεφαλή εισόδημα των κατοίκων συμπίπτουν με τις χώρες στις οποίες η ανά κάτοικο κατανάλωση ενέργειας για βιομηχανικούς σκοπούς είναι χαμηλή ή , με άλλη διατύπωση , όσο μικρότερο είναι το μέσο κατά κεφαλή εισόδημα (κ.κ.ε.), σε μια χώρα, τόσο μικρότερη είναι και η ανά κάτοικο καταναλισκόμενη ενέργεια για βιομηχανικούς σκοπούς,*

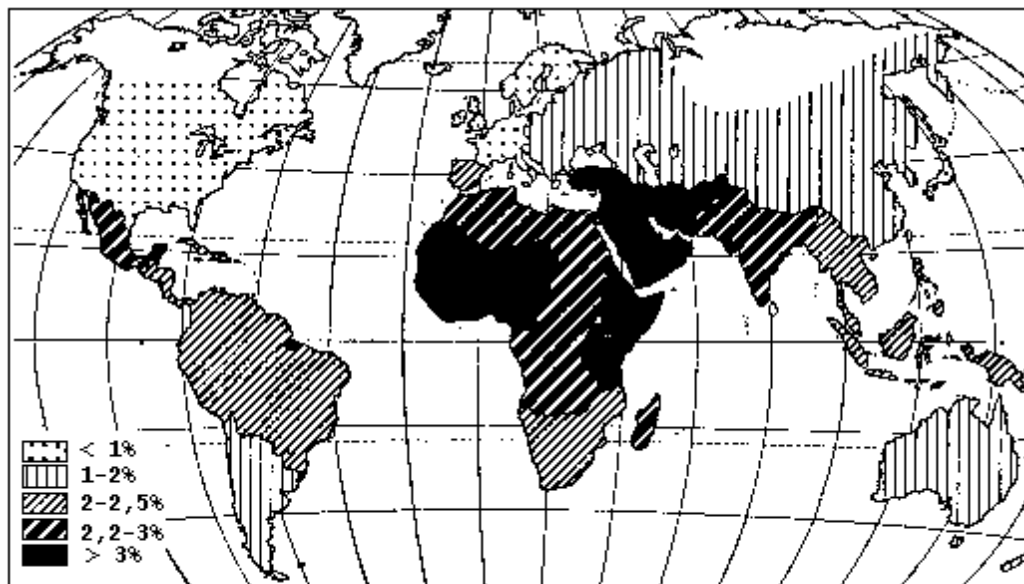
**(Υ3)** *όσο μικρότερος είναι σε μια χώρα ο δείκτης , κυκλοφορίας ημερησίων εφημερίδων (εκφρασμένος σε εφημερίδες ανά 1000 κατοίκους) τόσο μικρότερο είναι και το ποσοστό του πληθυσμού που φοιτά σε ανώτατα εκπαιδευτικά ιδρύματα.*

## ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΜΕ ΒΑΣΗ ΘΕΜΑΤΙΚΟΥΣ ΧΑΡΤΕΣ

Εκτός από τους πίνακες δεδομένων, που χρησιμοποιούνται γενικά στις εφαρμογές της στατιστικής, στην ανθρωπογεωγραφία έχουμε τη δυνατότητα να διατυπώσουμε υποθέσεις με την παρατήρηση ενός **θεματικού χάρτη**, όπου έχουν μεταφερθεί όλες οι επιμέρους παρατηρήσεις και τα δεδομένα.



**ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΟΥ ΑΓΡΟΤΙΚΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ  
ΩΣ ΠΟΣΟΣΤΟ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΕΝΕΡΓΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ**



**ΟΛΙΚΟ ΠΟΣΟΣΤΟ ΑΝΑΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΤΑ ΜΕΓΑΛΕΣ ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΕΣ**

Για παράδειγμα, παρατηρώντας

- ένα παγκόσμιο χάρτη της κατανομής του αγροτικού πληθυσμού ως ποσοστού του ενεργού πληθυσμού και

■ ένα παγκόσμιο χάρτη του δείκτη γεννητικότητας ανά περιοχές κάνουμε την υπόθεση ότι :

**(Υ4)** όσο περισσότερο μεγαλύτερα είναι τα ποσοστά του αγροτικού πληθυσμού σε μια χώρα ή περιοχή τόσο μεγαλύτερη είναι και η γεννητικότητα.

Φυσικά η υπόθεση δεν επαλήθευεται με απλό κοίταγμα του χάρτη, αλλά «εκ πρώτης όψεως» παρατηρούμε ότι εμφανίζονται χαρακτηριστικές σχέσεις. Για παράδειγμα, η Βόρεια Κεντρική και Νότια Αμερική, έχουν στους δυο χάρτες ομοιότητες των δυο μεγεθών, ανά μεγάλες περιφέρειες.

### ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ: Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ

Η επαλήθευση των διατυπωμένων υποθέσεων μπορεί να γίνει στη γεωγραφία με τη χρήση της στατιστικής μεθόδου του **συντελεστή συσχέτισης ή συνάφειας**. Αναλυτικά, ο προσδιορισμός του γίνεται με τον ακόλουθο τρόπο . Αναφερόμαστε στην επαλήθευση της υπόθεσης Υ2 :

Από το δεδομένο στατιστικό πίνακα κατά κεφαλήν εισοδήματος και ενεργειακής κατανάλωσης βρίσκουμε την τάξη ( ή σειρά ) κάθε χώρας ως προς το κ.κ.ε.. Είναι: Ιταλία - δείκτης 1 , Ελλάδα -

δείκτης 2 , Βραζιλία - δείκτης 3 κ.λπ.. Βρίσκουμε επίσης την τάξη κάθε χώρας ως προς την ενεργειακή κατανάλωση. Είναι: Ιταλία 1, Ελλάδα 2, Βραζιλία 7 κ.λπ. Μετά τη δεικτοποίηση βρίσκουμε τη διαφορά d των δεικτών. Είναι: Ιταλία 0, Ελλάδα 0, Βραζιλία -4 κ.λπ. Στη συνέχεια βρίσκουμε τα τετράγωνα των διαφορών d<sup>2</sup> και εφαρμόζουμε τον τύπο

$$r = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n^3 - n}$$

**Συντελεστής συσχέτισης ή συνάφειας κατά Spearman**

όπου n = 10 είναι το πλήθος των χωρών και Σd<sup>2</sup> το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΜΕ ΤΟ ΚΑΤΑ ΚΕΦΑΛΗ ΕΙΣΟΔΗΜΑ (σε \$ ΗΠΑ) ΚΑΙ ΤΗΝ ΚΑΤΑ ΚΕΦΑΛΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΕ ΧΙΛΙΟΓΡΑΜΜΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΑΝΘΡΑΚΑ ΓΙΑ ΜΕΡΙΚΕΣ ΧΩΡΕΣ

ΧΩΡΑ	Κατά Κεφαλή Εισόδημα σε \$	Δείκτης	Ενέργεια σε Kg C	Δείκτης	Διαφορά	(Διαφορά) <sup>2</sup>
Βραζιλία	2.921	3	766	7	-4	16
Αργεντινή	2.794	5	1.825	4	1	1
Μαλαισία	2.503	6	1.506	6	0	0
Ιταλία	18.576	1	3.676	1	0	0
Νότια Αφρική	2.474	7	2.596	3	4	16
Ταϊλάνδη	1.580	8	738	8	0	0
Ζαίρ	211	10	66	10	0	0
Ελλάδα	6.498	2	3.042	2	0	0
Ινδία	329	9	311	9	0	0
Μεξικό	2.874	4	1.753	5	-1	1

Η εφαρμογή του τύπου του συντελεστή συσχέτισης δίνει r= 0,79 :

$$r = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6 \cdot 34}{(10)^3 - 10} = 0,79$$

Μετά την εύρεση του συντελεστή  $r$  και δεδομένου ότι πάντα ο  $r$  κείται μεταξύ  $-1$  και  $+1$  (δηλαδή  $-1 < r < +1$ ) διαπιστώνουμε ότι, αφού  $r = 0,79$ , «υπάρχει μια αρκετά καλή συσχέτιση» και η υπόθεσή μας ( $Y2$ ) έχει επαληθευθεί. Αν είχαμε αρνητική τιμή του  $r$ , η υπόθεσή μας θα είχε καταρριφθεί και μάλιστα αν η τιμή ήταν κοντά στο  $-1$ , τότε θα συμπεραίναμε το εντελώς αντίθετο σε σχέση με την αρχική μας υπόθεση. Τέλος, εάν είχαμε τιμή του  $r$  γύρω στο μηδέν η επαληθευσή της  $Y2$  θα ήταν προβληματική, δηλαδή τα δυο μεγέθη θα ήταν εντελώς ανεξάρτητα το ένα από το άλλο.

Πρέπει εδώ να επισημάνουμε ότι η παρουσίαση του θέματος της συσχέτισης γίνεται συνοπτικά και δεν περιλαμβάνονται λεπτομερείς αλλά ουσιαστικές πτυχές. Δηλαδή, η εφαρμογή της σχετικής θεωρίας γίνεται με ιδιαίτερες στατιστικές προϋποθέσεις οι οποίες δεν εκτίθενται εδώ.

## ΜΕΡΙΚΕΣ ΑΛΛΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ

Η διατύπωση υποθέσεων και η επαλήθευσή τους μέσω της συσχέτισης έχει μεγάλο εύρος εφαρμογών. Δίνουμε εδώ δυο περιπτώσεις.

1. Η πρώτη αφορά τις **προτιμήσεις διαμονής**. Δηλαδή μπορούμε να βρούμε εάν δύο άτομα (π.χ. δύο φοιτητές ή δυο φοιτήτριες) έχουν τις ίδιες περίπου **προτιμήσεις διαμονής**, κάνοντας την υπόθεση ότι :

**(Y5)** *δύο τυχόντες φοιτητές (ή δυο φοιτήτριες) του α' εξαμήνου Τμήματος Κοινωνικής Ανθρωπολογίας έχουν τις ίδιες περίπου προτιμήσεις ως προς τον τόπο που θα ήθελαν να διαμείνουν επί ένα ορισμένο διάστημα.*

Δίνουμε τη σχετική επεξεργασία, όπως την είχαμε δει σε ένα μάθημα, από το φύλλο εργασίας ενός φοιτητή. Το ερώτημα που ετέθη είναι: «Σε ποιες από τις παρακάτω πόλεις επιθυμείς να περάσεις ένα χρόνο κάνοντας σπουδές ή τουρισμό;» Μαζί δόθηκε και η υπόδειξη να δεικτοποιήσουν με τους αριθμούς από το 1 έως το 10 τις πόλεις, ανάλογα με τις προτιμήσεις τους. Στη στήλη 1. είναι οι προτιμήσεις του πρώτου φοιτητή και στη στήλη 2. οι προτιμήσεις του δεύτερου. Ακολουθεί η διαφορά των απαντήσεων του δεύτερου από τις απαντήσεις του πρώτου και τα τετράγωνα των διαφορών.

### ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΙΣ ΔΙΑΜΟΝΗΣ ΔΥΟ ΦΟΙΤΗΤΩΝ

A/A	Πόλη	1.	2.	d	d <sup>2</sup>
1	Κάιρο	9	1	8	64
2	Χανιά	10	4	6	36
3	Μαδρίτη	8	3	5	25
4	Λονδίνο	1	9	-8	64
5	Βιέννη	2	8	-6	36
6	Καζαμπλάνκα	7	6	1	1
7	Νέα Υόρκη	3	5	-2	4
8	Παρίσι	4	2	2	4
9	Μόσχα	5	7	-2	4
10	Τόκιο	6	10	-4	16

$$\Sigma = 254$$

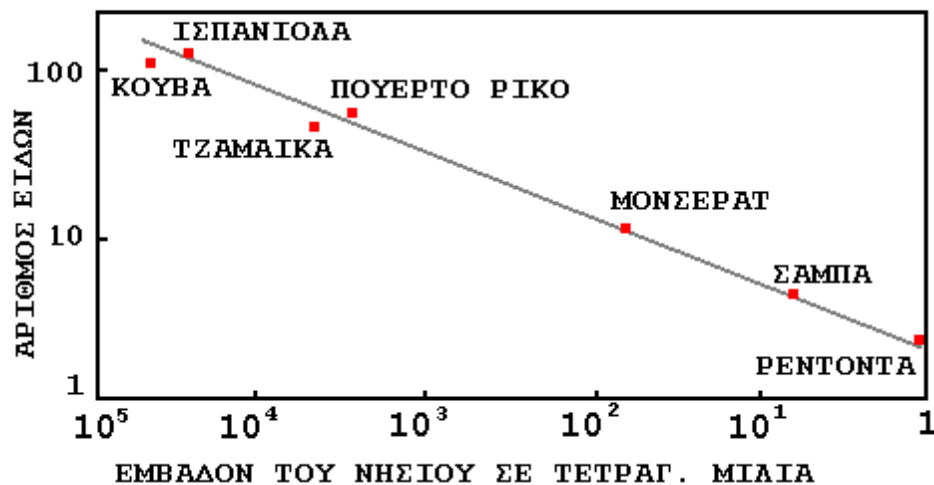
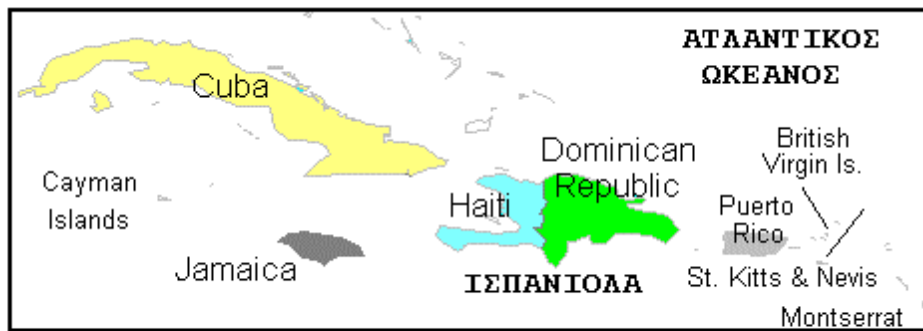
Οπότε έχουμε:

$$r = 1 - \frac{6 \cdot \sum d^2}{n^3 - n} = 1 - \frac{6 \cdot 254}{(10)^3 - 10} = -0,54$$

Είναι φανερό ότι , αφού  $r = -0,54$  , υπάρχει κακή (ή αρνητική, όπως λέμε) συσχέτιση και δεν επαληθεύεται , σε αυτό το στάδιο επεξεργασίας , η υπόθεσή μας.

2. Ξεφεύγοντας από τα πλαίσια της ανθρωπογεωγραφίας, αλλά παραμένοντας πάντα στη γεωγραφία και μάλιστα στον κλάδο της ζωογεωγραφίας που εξετάζει την κατανομή των ζωικών ειδών στο πλάνητη, μπορούμε να συσχετίσουμε τον *αριθμό* των ζωικών ειδών ενός κλειστού γεωγραφικού χώρου με την *έκτασή* του. Η σχετική υπόθεση είναι προφανώς η ακόλουθη:

**(Y6)** Όσο μεγαλύτερο είναι ένα νησί τόσο περισσότερα είναι τα διαφορετικά ζωικά είδη που έχουν αναπτυχθεί και ζουν εκεί. (Επισημαίνουμε ότι εδώ δεν πρόκειται για το πλήθος των ζώων που ζουν στο νησί –πράγμα που θα έμοιαζε ευλογοφανές—αλλά για την ποικιλία των ζωικών ειδών).



Το αποτέλεσμα το δίνουμε με το χάρτη και το διάγραμμα που προηγούνται και αφορά τα νησιά της Καραϊβικής. Όπως παρατηρούμε, τα μικρότερα νησιά έχουν και λιγότερα ζωικά είδη. Σημειώνουμε μάλιστα πως δεκαπλασιασμός της επιφάνειας ενός νησιού, αντιστοιχεί σε διπλασιασμό των ζωικών του ειδών. (Θα δούμε πιο κάτω ότι η ευθεία γραμμή με την οποία αποδίδεται ένα φαινόμενο έχει άμεση σχέση με το ζήτημα της συσχέτισης).

## ΕΝΑΣ ΓΕΝΙΚΟΤΕΡΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ

Η επαλήθευση της υπόθεσης  $Y_1$  για την πληθυσμιακή αύξηση των ελληνικών πόλεων, για την οποία μιλήσαμε στην αρχή, μπορεί να γίνει με τη διαδικασία της δεικτοποίησης και της εφαρμογής του ίδιου τύπου. Προτιμούμε πάντως, να δώσουμε τη διαδικασία υπολογισμού ενός άλλου συντελεστή. Πρόκειται για το **συντελεστή συσχέτισης ή συνάφειας κατά Bravais - Pearson**.

Θέλουμε να βρούμε αν ο πληθυσμός των μεγαλύτερων δήμων αυξήθηκε (σε εκατοστιαίο ποσοστό) περισσότερο από όσο ο πληθυσμός των μικρότερων. Διαθέτουμε τα στοιχεία απογραφής 1981 και τα στοιχεία απογραφής 1991. Θα υπολογιστεί ο συντελεστής συνάφειας  $r$  κατά Bravais Pearson μεταξύ του «πληθυσμού 1981» δέκα ελληνικών πόλεων και της αντίστοιχης «μεταβολής % 1981-91», σύμφωνα με τον κατωτέρω τύπο υπολογισμού:

$$r = \frac{1}{N} \cdot \frac{\sum xy}{\sigma_x \cdot \sigma_y}$$

Συντελεστής συσχέτισης κατά  
Bravais-Pearson

Οι συμβολισμοί γίνονται αντιληπτοί από τον αναλυτικό πίνακα υπολογισμού:

### ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΠΛΗΘΥΣΜΩΝ ΜΕΡΙΚΩΝ ΔΗΜΩΝ ΤΟ 1981 ΚΑΙ ΤΟ 1991

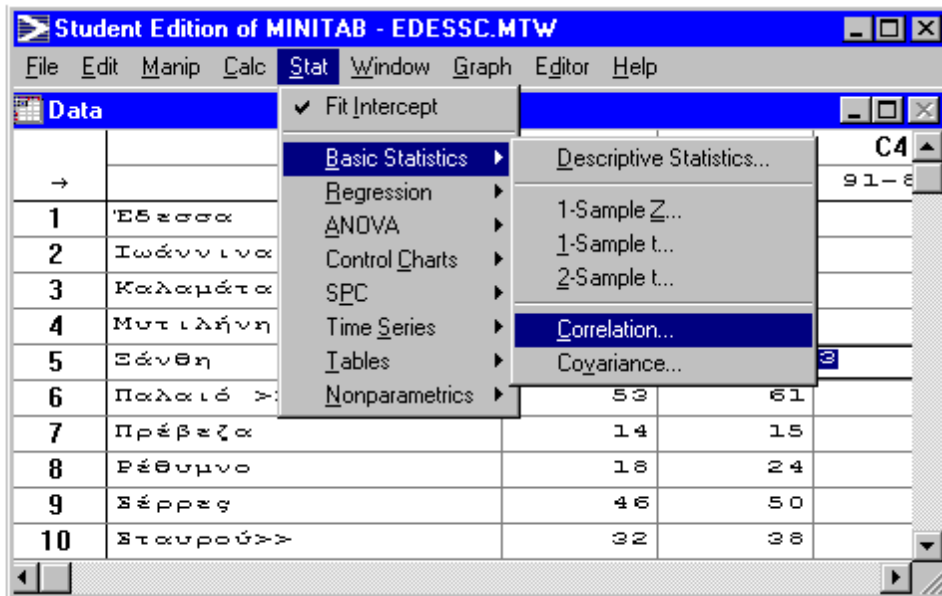
ΔΗΜΟΣ	Πληθυσμός σε χιλιάδες		Αύξηση επί % 81-91, Y	Αποκλί- σεις x= X- $\bar{X}$	Αποκλί- σεις y= Y- $\bar{Y}$	$x^2$	$y^2$	x.y
	1981 X	1991						
Εδεσσα	17	18	5.8824	-15,5	- 7,4496	240,25	55,497	115,470
Ιωάννινα	45	57	26.6667	12,5	13,3347	156,25	177,813	166,683
Καλαμάτα	42	44	4.7619	-9,5	- 8,5701	90,25	73,447	-81,416
Μυτιλήνη	24	25	4.1667	-8,5	- 9,1653	72,25	84,003	77,905
Ξάνθη	34	37	8.8235	1,5	-4,5085	2,25	20,326	-6,763
Παλ.Φάληρο	53	61	15.0943	20,5	- 1,7623	420,25	3,106	36,128
Πρέβεζα	14	15	7.1429	-18,5	- 6,1891	342,25	38,305	114,499
Ρέθυμνο	18	24	33.333	-14,5	20,0013	210,25	400,053	-290,019
Σέρρες	46	40	8.6957	13,5	-4,6363	182,25	21,496	- 62,591
Σταυρούπολη	32	38	18.7500	-0,5	5,4180	0,25	29,355	-2,709

$N = 10$	$\sum X = 325$ $\bar{X} = 325/10$	$\sum Y = 133,2$ $\bar{Y} = 133,2/10$	$\sum x^2 =$ 1716,5	$\sum y^2 =$ 903,40	$\sum xy =$ 67,188
----------	--------------------------------------	--	------------------------	------------------------	-----------------------

$\sigma_x = \sqrt{\sum x^2 / N}$ $= \sqrt{1716,5/10} = \sqrt{171,7} = 13,1$	$\sigma_y = \sqrt{\sum y^2 / N}$ $= \sqrt{903,40/10} = \sqrt{90,3} = 9,50$
--	---

$$r = \frac{67,188}{10 \cdot 13,1 \cdot 9,50} = 0,054$$

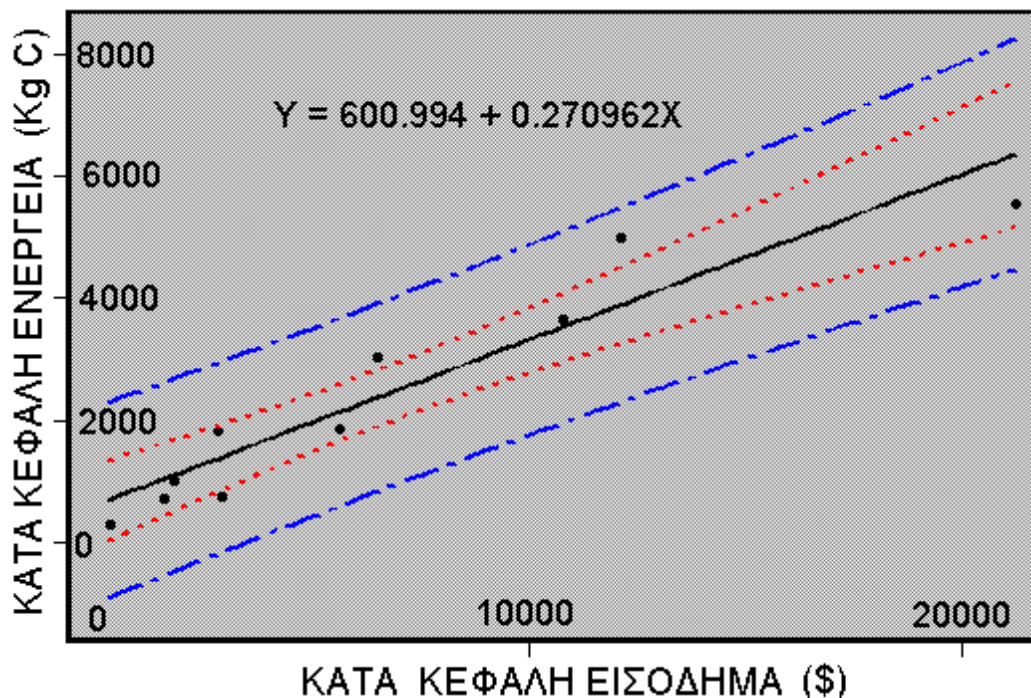
Επειδή είναι πάντα  $+1 > r > -1$  βλέπουμε πως με  $r = 0,054$  δεν υπάρχει καλή συσχέτιση. Δηλαδή, και στις μεγάλες και στις μικρές επαρχιακές πόλεις ο πληθυσμός αυξήθηκε ανεξάρτητα από το αρχικό μέγεθός τους.



Μας δίνεται εδώ η ευκαιρία να σημειώσουμε ότι οι πολυάριθμες αυτές πράξεις μπορούν να αποφευχθούν εάν κάνουμε χρήση κατάλληλου στατιστικού λογισμικού, οπότε αρκεί να πληκτρολογήσουμε μόνο τα αρχικά δεδομένα και να βρούμε το αποτέλεσμα με μια μόνο εντολή. Η εικόνα προέρχεται από το στατιστικό λογισμικό *MINITAB*.

### Η ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΣΧΕΣΗ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΥΣΧΕΤΙΣΜΕΝΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ: ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

Όταν υπάρχει καλή συσχέτιση μεταξύ δύο μεγεθών, οπότε ο συντελεστής συσχέτισης είναι κοντά στο +1, τα σημεία τα οποία παριστούν τις τιμές ζευγών των δύο μεγεθών κείνται σχεδόν σε ευθεία. Η ευθεία λέγεται **ευθεία παλινδρόμησης**.



Καλό είναι να γνωρίζουμε τα στοιχεία της ευθείας, δηλαδή την εξίσωσή της, διότι έτσι μας επιτρέπεται να υπολογίζουμε για δεδομένη τιμή του ενός μεγέθους την πιθανή τιμή του άλλου μεγέθους.

Στο πρώτο ζήτημα που επεξεργαστήκαμε, δηλαδή στην επαλήθευση της υπόθεσης **(Y2)** σύμφωνα με την οποία οι χώρες με μικρό κατά κεφαλή εισόδημα των κατοίκων συμπίπτουν με τις χώρες στις οποίες η ανά κάτοικο κατανάλωση ενέργειας είναι μικρή, μπορούμε να κατασκευάσουμε την ευθεία παλιδρόμησης, η οποία συνδέει τα μεγέθη Y (κατά κεφαλή ενέργεια) και X (κατά κεφαλή εισόδημα) και να έχουμε επίσης και την εξίσωσή της.

Το πιο πάνω σχήμα παρήχθη από το ίδιο λογισμικό *MINITAB* από το οποίο πήραμε και την προηγούμενη εικόνα. Εκτός από τα σημεία και την ευθεία, παρατηρούμε ότι έχουν σχεδιαστεί και δύο ζεύγη καμπυλών που καθορίζουν τα όρια αξιοπιστίας και δυνατότητας πρόβλεψης με τη βοήθεια της ευθείας.

## **BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

Pierre George, *Géographie de la population*, PUF, 1990  
David M. Smith, *Patterns in Human Geograrhy*, Penguin Books, 1975  
Edward o. Wilson, *Threat to Biodiversity*, in *Scientific American*, September 1989, pp. 60-66  
Maurice Yeates, *An Introduction to Quantitative Analysis in Human Geography*, McGraw-Hill, 1974

**(\*) ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Δεν αναπτύσσεται ο έλεγχος του συντελεστή συσχέτισης από «στατιστικά σημαντικής» πλευράς**