O número f

Paulo Tribolet Abreu

Novembro de 2005

1 A necessidade do f

O número f surgiu da necessidade de medir a luminosidade das lentes e objectivas.[1]

Pode parecer que a luminosidade de uma lente depende apenas do seu diâmetro. No entanto, examinando a Figura 1, torna-se óbvio que a quantidade de luz que chega à emulsão (ou ao sensor, na fotografia digital) depende também da distância focal. Quanto maior a distância focal, menor é a quantidade de luz disponível para formar a imagem.

Surgiu assim a necessidade de ter uma medida da luminosidade que fosse independente tanto do diâmetro da lente, como da sua distância focal. Procurava-se uma forma de medição independente, que pudesse ser usada como forma de comparação entre diferentes lentes.

A solução foi simples. Se definirmos a nova grandeza adimensional,

$$f = \frac{D}{d},$$

onde D é a distância focal e d o diâmetro da lente, temos a solução para o nosso problema. Uma lente com $f = 2$ deixa sempre passar a mesma quantidade de luz, seja qual for a sua distância focal e o seu diâmetro.

2 A relação misteriosa de 1,4

Como varia o número f com a variação da quantidade de luz. Em particular, se quero o dobro ou a metade da quantidade de luz, qual deverá ser o novo valor do número f?

[1] Para simplicidade, irei utilizar apenas o termo «lente», e deixar o de «objectiva». No entanto, deve ser assumido que o que aqui se expõe é também válido para objectivas, desde que se utilize o termo «distância focal equivalente» em vez de simplesmente «distância focal».

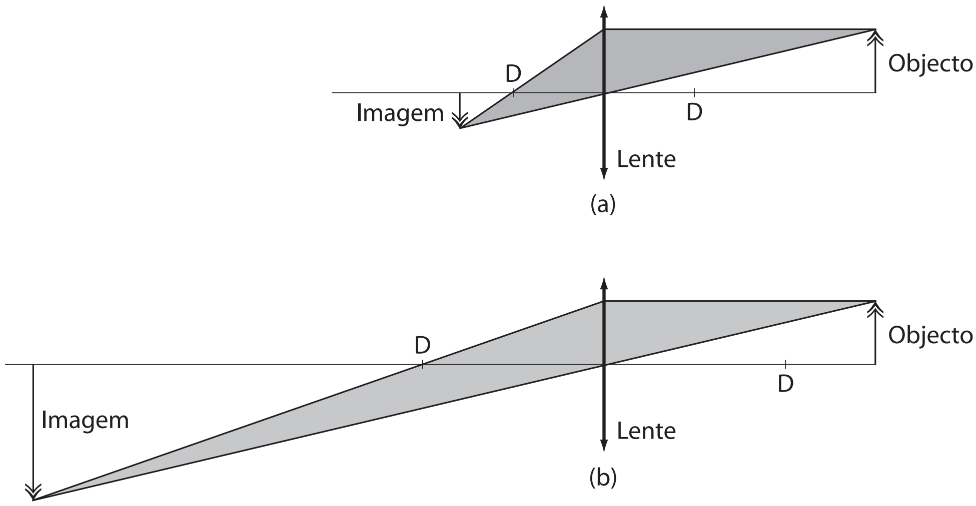

Figura 1: Formação de uma imagem com duas lentes do mesmo diâmetro, mas de distâncias focais diferentes. A distância focal D da lente de cima é metade da distância focal da lente de baixo, o que significa que, com a mesma quantidade de luz (a área a sombreado), a imagem formada pela lente de cima tem metade da área da formada pela lente de baixo.

Como simplificação, vamos considerar que a distância focal está fixa. Nesse caso, alterar o f significa apenas alterar a abertura por onde a luz passa, ou seja, o diâmetro do diafragma. Mas, de que maneira?

Primeiro, temos que notar que passar a luz para metade (ou para o dobro) significa passar a *área* da abertura para metade (ou para o dobro). Depois, se nos lembrarmos que a área é dada por

$$A = \pi r^2,$$

onde r é o raio da abertura, conseguimos obter a resposta à questão.

Suponhamos que temos um determinado número $f = f_1$ e que queremos reduzir a luz para metade. Qual deverá ser o novo número $f = f_2$?

No início, temos então f_1, que corresponde a uma abertura de área A_1, de raio r_1 e de diâmetro d_1. No final, teremos f_2, A_2, r_2 e d_2. Em ambos os casos, a distância focal D não se altera.

Metade da luz significa metade da área. Se no início temos

$$A_1 = \pi r_1^2 = \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} d_1^2, \tag{1}$$

no final teremos

$$A_2 = \frac{A_1}{2} = \frac{\frac{\pi}{4} d_1^2}{2} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d_1}{\sqrt{2}} \right)^2. \tag{2}$$

Por outro lado, podemos também aplicar a Equação (1) a A_2:

$$A_2 = \pi r_2^2 = \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} d_2^2. \tag{3}$$

Relacionando (2) com (3) conclui-se que:

$$d_2 = \frac{d_1}{\sqrt{2}}.$$

Então:

$$f_2 = \frac{D}{d_2} = \frac{D}{\frac{d_1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}\frac{D}{d_1} = \sqrt{2} f_1 \approx 1{,}4 f_1.$$

Portanto,

$$\text{metade da luz} \Longrightarrow 1{,}4 f.$$

Deixa-se como exercício provar que

$$\text{dobro da luz} \Longrightarrow \frac{f}{1{,}4}.$$