

01) Determine o valor de:

$$p = \sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{50\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24}$$

02) Seja \overline{AB} um diâmetro de um círculo de centro O e raio R . Sobre o prolongamento de \overline{AB} escolhemos um ponto P ($\overline{PB} < \overline{PA}$). Partindo de O tomamos uma secante que corta o círculo nos pontos M e N ($\overline{PM} < \overline{PN}$), de modo que $\overline{PM} = \overline{AN} = R$.

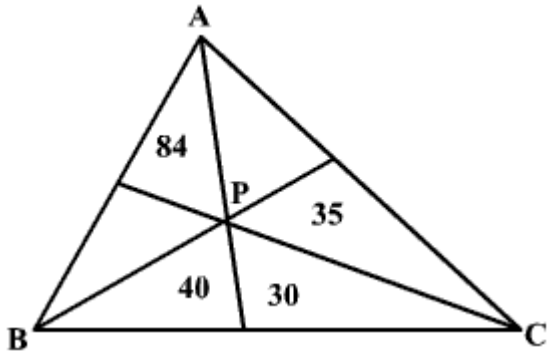
a) Mostre que a corda \overline{MB} é um lado de um polígono regular inscrito de dezoito lados.

b) Encontre a distância de P ao centro do círculo em função de R .

03) Considere uma esfera de raio R . Determine a figura geométrica à qual pertence o lugar geométrico dos vértices dos triedros nos quais as três arestas estão tangentes a essa esfera e formam, duas a duas, ângulos de 60° .

04) Dois círculos de raio R e r são, ao mesmo tempo, bases de um tronco de cone e bases de dois cones opostos de mesmo vértice e mesmo eixo. Seja k a razão entre o volume do tronco e a soma dos volumes dos dois cones opostos e seja m a razão $\frac{R}{r}$. Determine m em função de k .

05) Seja O um ponto no interior de um triângulo ABC , dividindo-o em seis triângulos, quatro dos quais têm áreas 40, 30, 35 e 84, como mostra a figura. Calcule a área do triângulo ABC .



06) Seja um segmento fixo AO de comprimento a e uma semi-reta variável Ox tal que $\widehat{AOX} = \alpha$, o ângulo agudo, pertencentes a um plano fixo π . Seja a perpendicular ao plano π em A e seja B pertencente a esta perpendicular tal que $AB = a$. Seja C o pé da perpendicular traçada de B sobre Ox . Pedidos:

a) Qual a propriedade comum a todas as faces do tetraedro $OABC$?
b) Calcule o comprimento das seis arestas de $OABC$ em função de a e α .

c) Calcule o volume v do tetraedro em função de a e α .

d) Determine α de modo que $v = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$ (existem dois valores).

e) Determine o volume comum aos dois sólidos encontrados no item anterior.

07) a) Obtenha a expressão para $\tan 3\alpha$ em função de $\tan \alpha = x$.

b) Utilize o item anterior para determinar as soluções da equação: $x^3 - 3mx^2 - 3x + m = 0$, onde m é um número real dado.

08) Os lados de um triângulo estão em progressão aritmética e o lado intermediário mede ℓ . Sabendo-se que o maior ângulo excede o menor em 90° , calcule a razão entre os lados.

09) Prove que as tangentes ao círculo circunscrito a um triângulo, passando nos seus vértices, interceptam os lados opostos em três pontos colineares.

10) Seja um triângulo ABC cujos lados são tangentes a uma parábola. Prove que o círculo circunscrito ao triângulo passa pelo foco.