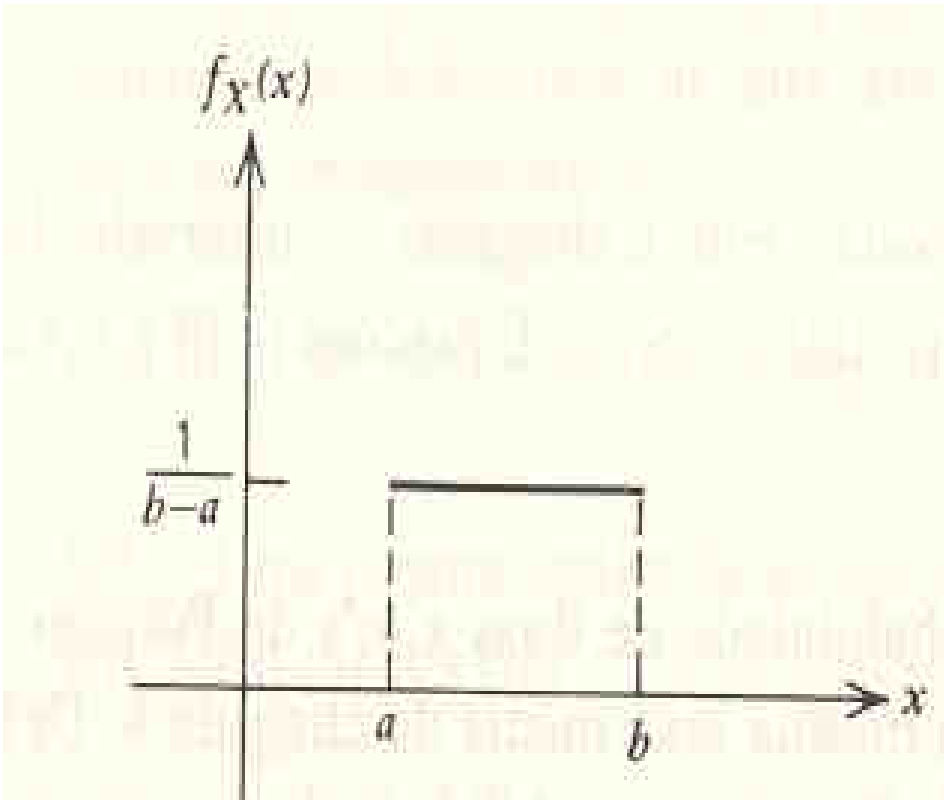
Probabilidade

Distribuições Uniforme, Geométrica, Hipergeométrica e Multinomial

Distribuição Uniforme

- Usada comumente nas situações em que não há razão para atribuir probabilidades diferentes a um conjunto possíveis de valores da variável aleatória em um determinado intervalo
  - tempo de chegada de um vôo
  - distância de posição de cargas em uma ponte, em relação a um pilar terminal
- Usualmente associamos uma distribuição uniforme a uma determinada variável aleatória, simplesmente por falta de informação mais precisa, além do conhecimento do seu intervalo de valores

Distribuição Uniforme



$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad a \le x \le b$$

Distribuição Uniforme

EXEMPLO

- Devido a situações imprevisíveis de tráfego, o tempo que um estudante leva para ir de sua casa à aula matutina segue uma distribuição uniforme entre 22 e 30 minutos.

- Se ele sai de casa precisamente às 7:35 da manhã, qual a probabilidade dele não se atrasar para a aula das 8:00 horas?

Distribuição Uniforme

SOLUÇÃO

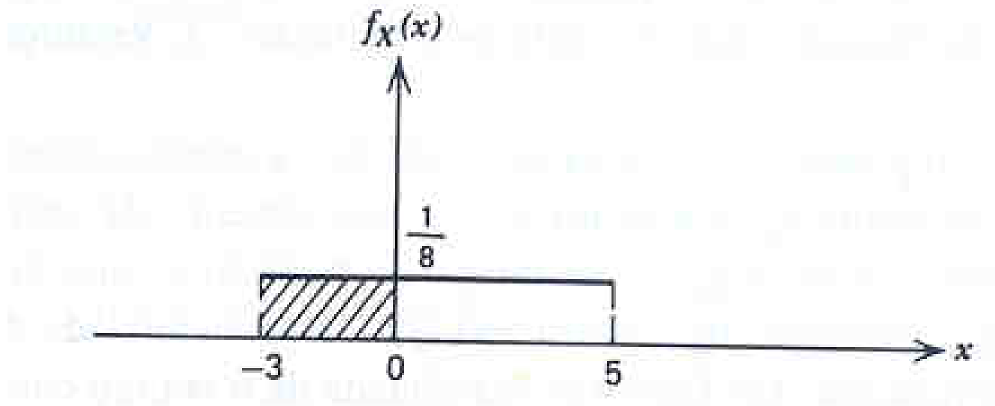
- Seja X o tempo (*minutos*) de chegada do estudante à aula depois de 8:00 horas

- Qual fórmula representa a variável aleatória X ?

$$f(x) = \frac{1}{8} \quad -3 \leq x \leq 5$$

Distribuição Uniforme

- Em termos dos valores de X, qual probabilidade estamos <u>realmente</u> interessados em calcular?
  - ➔ P ($-3 \leq X \leq 0$) !!!



- Do gráfico acima temos que:
  - ➔ P($-3 \leq X \leq 0$) = 3 . (1/8) = 3/8

Distribuição Geométrica

- Aplicada em experimentos que satisfazem a todas as condições de experimentos binomiais, exceto por:
  - Não ter um número finito de provas.

$$P(x) = p.(1-p)^{x-1}$$

Exemplo

- Suponha que a probabilidade de um componente de computador ser defeituoso é de 0,2. Numa mesa de testes, uma batelada é posta à prova, um a um. Determine a probabilidade do primeiro defeito encontrado ocorrer no sétimo componente testado.

$$\boxed{P(7) = 0{,}2.(1 - 0{,}2)^{7-1} = 0{,}0524}$$

Distribuição Hipergeométrica

- No caso de amostragem sem reposição de uma população finita e pequena, não podemos utilizar a Distribuição Binomial, pois não satisfaz ao critério de probabilidade constante (p) em cada experimento. Nestes casos, utilizamos a **Distribuição Hipergeométrica**.

$$\boxed{P(x) = \frac{\dfrac{A!}{(A-x)!\,x!} \cdot \dfrac{B!}{(B-n+x)!\,(n-x)!}}{\dfrac{(A+B)!}{(A+B-n)!\,n!}}}$$

Distribuição Hipergeométrica

$$P(x)=\frac{\dfrac{A!}{(A-x)!\,x!}\cdot\dfrac{B!}{(B-n+x)!\,(n-x)!}}{\dfrac{(A+B)!}{(A+B-n)!\,n!}}$$

- A objetos de um tipo
- B objetos restantes de outro tipo
- *n* objetos extraídos sem reposição
- x: objetos do tipo A

Exemplo

- Numa Loteria, um apostador escolhe 6 números de 1 a 54. Qual a probabilidade dele acertar 5 números?
  - A=6; B=48; n=6; x=5

$$P(x) = \frac{\frac{6!}{(6-5)!5!} \cdot \frac{48!}{(48-6+5)!(6-5)!}}{\frac{(6+48)!}{(6+48-6)!6!}} = \frac{288}{25827165} = 1{,}1151x10^{-5}$$

Distribuição Multinomial

- A Distribuição Binomial se aplica apenas nos casos que envolvem mais que 2 tipos de resultados. A **Multinomial** envolve mais que duas categorias.
- Por exemplo, para três resultados:

$$\boxed{P(x) = \frac{n!}{(x_1!).(x_2!).(x_3!)} . p_1^{x_1} . p_2^{x_2} . p_3^{x_3}}$$

Exemplo

- Um experimento de genética envolve 6 genótipos mutuamente excludentes identificados por A, B, C, D, E e F, todos igualmente prováveis. Testados 20 indivíduos, determine a probabilidade de obter exatamente:
  - 5 A; 4 B; 3 C; 2 D; 3 E; 3 F

$$P(x) = \frac{20!}{5!.4!.3!.2!.3!.3!}.(1/6)^5.(1/6)^4.(1/6)^3.(1/6)^2.(1/6)^3.(1/6)^3$$

$$P(x) = 0{,}000535$$