Estudo Dirigido

1. Um estudo cuidadoso de uma fita magnética para armazenamento de dados de computador mostra uma incidência de 2,0 erros de gravação por cada 500 pés de fita. Os erros ocorrem segundo uma Distribuição de Poisson. Determine a probabilidade de ocorrência de mais de um defeito (inclusive) em 500 pés de fita selecionados aleatoriamente.
2. Um exemplo clássico da Distribuição de Poisson envolve o número de homens mortos por coice de cavalo no exército prussiano entre 1875 e 1894. Combinaram-se os dados de 14 corpos-de-exército (corpo-de-exército: conjunto de militares que integram uma arma especial. Ex.: corpo de infantaria) para o período de 20 anos, e os 280 corpos-ano resultantes acusaram um total de 196 mortes. Encontre o número médio de mortes por corpo-ano e determine a probabilidade de que, em um corpo-ano aleatório, ocorram os seguintes números de mortes:
    a. 0
    b. 1
    c. 2
    d. 3
    e. 4

   Os resultados efetivos (as mortes reais foram contadas) mostraram as seguintes freqüências: 0 mortes em 144 corpos-ano; 1 morte em 91 corpos-ano; 2 mortes em 32 corpos-ano; 3 mortes em 11 corpos-ano; 4 mortes em 2 corpos-ano. Compare os resultados efetivos com os esperados pela Distribuição de Poisson. A distribuição revela-se um bom preditor dos resultados efetivos?
3. Em uma grande rede corporativa de computadores, as conexões dos usuários ao sistema podem ser modeladas como um processo de Poisson, com uma média de 25 conexões por hora. Qual é a probabilidade de não haver conexões em um intervalo de 6 minutos? (Lembre-se: Se o processo de chegada é modelado segundo Poisson, o tempo entre chegadas é modelado segundo a distribuição Exponencial.)
4. Aparelhos de TV são substituídos pelos consumidores em média a cada 8,2 anos, numa distribuição normal com desvio-padrão de 1,1 ano (dados do *Consumer Reports*). Determine a probabilidade de um aparelho de TV selecionado aleatoriamente acusar um tempo de substituição inferior a 7,0 anos.
5. Suponha que o tempo de resposta na execução de um algoritmo é uma variável aleatória com distribuição normal de média 23 segundos e desvio-padrão de 4 segundos. Calcule:
    a. A probabilidade do tempo de resposta ser menor do que 25 segundos;
    b. A probabilidade do tempo de resposta ficar entre 20 e 30 segundos.
6. Um subfornecedor da IBM foi contratado para fabricar substratos de cerâmica, utilizados para transmitir sinais entre chips de silício. As especificações exigem uma resistência entre 1,500 ohm e 2,500 ohms, mas a população exibe resistências distribuídas normalmente com média 1,978 ohms e desvio-padrão de 0,172 ohm. Que percentagem dos substratos de cerâmica foge às especificações do fabricante? Este processo de fabricação parece estar funcionando bem?
7. As idades dos aviões comerciais dos EUA têm uma média de 13,0 anos e um desvio-padrão de 7,9 anos. Se a Administração Federal da Aviação seleciona aleatoriamente 35 aeronaves comerciais para um teste especial de resistência, qual a probabilidade de que a idade média desse grupo de aviões seja superior a 15,0 anos?

8. Em uma indústria de cerveja, a quantidade de cerveja inserida em latas tem-se comportado como uma variável aleatória distribuída normalmente com média 350 ml e desvio-padrão 3 ml. Após alguns problemas na linha de produção, suspeita-se que houve desregulagem do processo de enchimento das latas. Uma amostra de 20 latas acusou média $\bar{x}$ = 346 ml. Construa um intervalo de confiança para o novo valor da quantidade média μ de cerveja inserida em latas, com nível de confiança 95%, supondo que não tenha ocorrido alteração no desvio-padrão do processo.

9. Deseja-se avaliar a dureza esperada μ do aço produzido sob um novo processo de têmpera. Uma amostra de dez corpos de prova do aço produziu os seguintes resultados de dureza, em HRc. Construir um intervalo de confiança para μ, com nível de confiança de 95%.

36,4	35,7	37,2	36,5	34,9	35,2	36,3	35,8	36,6	36,9

10. Numa pesquisa para estudar a preferência do eleitorado a uma semana da eleição presidencial, qual deve ser o tamanho de uma amostra aleatória simples para garantir, com nível de confiança de 95%, um erro amostral não superior a 2%.

11. Uma empresa retira periodicamente amostras aleatórias de 500 chips de sua linha de produção para análise da qualidade. As peças da amostra são classificadas como defeituosas ou não, sendo que a política da empresa exige que o processo produtivo seja revisto se houver evidência de mais que 1,5% de peças defeituosas. Na última amostra, foram encontradas nove peças defeituosas. Usando nível de significância de 1%, formule as Hipóteses Nula e Alternativa para a tomada de decisão se o processo de fabricação precisa ser revisto. Que erros podem ser cometidos nesta análise?

12. Um canal de vendas na TV anuncia um produto chamado *PesoZero*, em cápsulas, que promete a perda de ao menos 1 quilo em dois dias. Um instituto faz um teste dessa afirmação selecionando aleatoriamente 33 pessoas que aderiram ao programa. Verificou-se que essas 33 pessoas perderam, em média, 0,17 Kg de peso, com um desvio-padrão de 0,44 Kg. Formule as hipóteses nula e alternativa e teste a afirmação do anúncio ao nível de significância de 0,05. (Dica: O peso das pessoas flutua naturalmente de um dia para o outro. Que variação de peso seria considerada significativa, fora da flutuação normal?)

Respostas

1. $P(X \geq 1) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k \cdot e^{-x}}{k!} = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + \ldots$ ou
   $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 0{,}864$ (Lembrar que a Distribuição de Poisson é **discreta**).
2. .
   a. 0 (Média: 196/280 = 0,7. R: 0,497)
   b. 1 (R: 0,348)
   c. 2 (R: 0,122)
   d. 3 (R: 0,0284)
   e. 4 (R: 0,00497)
   f. As freqüências esperadas de 139, 97, 34, 8 e 1,4 (multiplicar as probabilidades por 280) comparam-se razoavelmente bem com as freqüências efetivas de 144, 91, 32, 11 e 2. A distribuição de Poisson dá bons resultados.
3. P(X<=6 min ou 0,1 hora) = 0,082
4. 0,1379
5. .
   a. 0,6915
   b. 0,7333
6. $$z_{\inf} = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{1{,}500 - 1{,}978}{0{,}172} = -2{,}7791 \Rightarrow P(z < -2{,}7791) = 0{,}0028$$
   $$z_{\sup} = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{2{,}500 - 1{,}978}{0{,}172} = 3{,}0349 \Rightarrow P(z > 3{,}0349) = 0{,}0012$$
   $$Total = 0{,}0028 + 0{,}0012 = 0{,}004$$
   A cada 100.000 chips, 400 estarão fora das especificações.
7. 0,0668 (aproximadamente. Pela Tabela A-2, não dá para chegar nesse valor.)
8. 346 ± 1,31 ml. Isso significa um intervalo (344,69; 347,31) com 95% de confiança que a média populacional esteja neste intervalo. Como a média anterior de 350 ml não está neste novo intervalo de confiança, então, estatisticamente, houve alteração na regulagem do processo.
9. Média = 36,15. s = 0,7352. t = 2,262. IC = 36,15 ± 0,53 HRc.
10. 2.401 pessoas (para z = 1,96).
11. H_0: p = 0,015 (ou p_0 = 0,015). H_1: p > 0,015. Proporção de peças defeituosas na amostra:
    $\hat{p} = \frac{9}{500} = 0{,}018$. Calculando z: $z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{pq/n}} = \frac{0{,}018 - 0{,}015}{\sqrt{0{,}015 \cdot 0{,}985 / 500}} = 0{,}5519$

    *Feito sem correção de continuidade.

O teste é unilateral à direita. O valor de z para a área de 0,99 (pois 0,01 corresponde a H_1), retirada da Tabela A3 para t=0,01 unilateral para grau de liberdade > 30 é 2,327. Assim, o z de teste está dentro da região de aceitação de H_0. Não há provas estatísticas suficientes para recomendar a revisão do processo produtivo. Erros: Tipo I: rejeitar a hipótese nula, quando esta é verdadeira. Ou seja, revisa-se o processo produtivo desnecessariamente. Tipo II: não rejeitar a hipótese nula, quando esta é falsa. Ou seja, não se revisa o processo produtivo, quando isto se revela estatisticamente necessário.

12. É preciso determinar se 0,17 Kg de perda média de peso é significativa, ao nível de 0,05. Testa-se então se a perda média supera zero (zero significa nenhuma variação de peso) com nível de significância de 0,05.

    H_0: $\mu \le 0$. Perda de peso irrelevante.

    H_1: $\mu > 0$. Perda de peso significativa.

    Usando o z de teste (amostra > 30) com s no lugar do desvio-padrão populacional:

    $$z = \frac{\bar{x} - \mu_{\bar{x}}}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{0{,}17 - 0}{0{,}44 / \sqrt{33}} = 2{,}219$$

    O valor crítico de z, unilateral direito, é 1,645. Valores maiores que este z rejeitam a hipótese nula. O z de teste (2,219) indica, portanto, que a média amostral é de fato significantemente maior que 0, e portanto a hipótese nula é rejeitada. Há evidência estatística suficiente para apoiar a afirmação de que a perda de peso média é superior a 0 com nível de significância de 0,05. O produto parece funcionar, porém o significado prático é ridículo, com uma média de perda de 0,17 Kg.