Probabilidade e Estatística

Margem de Erro

Determinação do Tamanho da Amostra

Margem de Erro

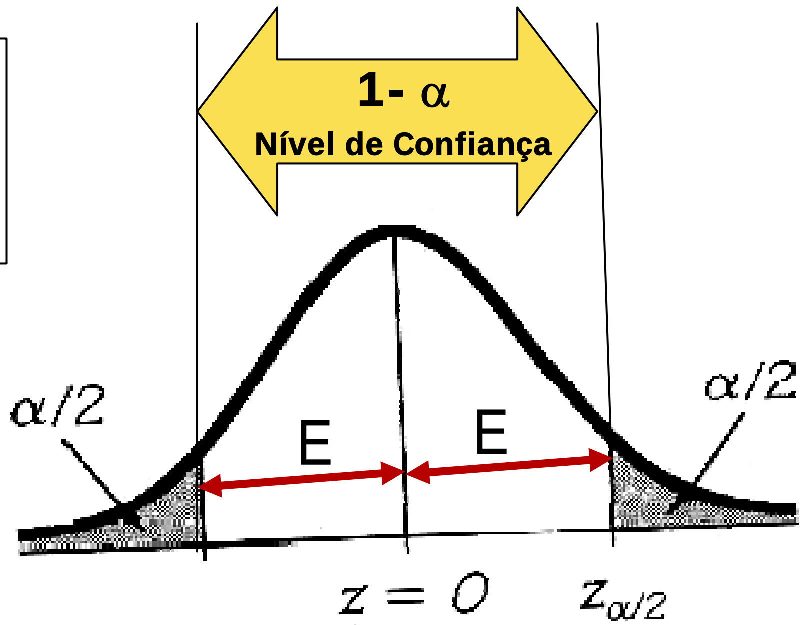
- Quando utilizamos dados amostrais para estimar uma média populacional μ, a margem de erro (E) é a diferença máxima provável (com probabilidade 1-α) entre a média amostral observada $\bar{x}$ e a verdadeira média da população (μ)

$$\boxed{E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Margem de Erro

- Ou seja:
  - Há uma probabilidade de 1-α de uma média amostral conter um erro não superior a E, e uma probabilidade de α de uma média amostral conter um erro superior a E.

$$\boxed{E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$



Problema!!!

- Como geralmente não conhecemos o real valor de σ, podemos aplicar as seguintes considerações:
  - $n > 30$ → pode-se adotar para σ o desvio-padrão amostral 's';
  - $n \leq 30$ → a população deve ter distribuição normal e devemos ter σ para aplicar a fórmula

$$\boxed{E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Para que serve isto?

- Com o conhecimento de E, podemos determinar o intervalo de confiança como:

$$\boxed{\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E}$$ ou $$\boxed{\mu = \bar{x} \pm E}$$ $$\boxed{(\bar{x} - E; \bar{x} + E)}$$

Onde: $$\boxed{E = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Entenda

$$\boxed{z = \frac{x - \mu}{\sigma}}$$

Como estamos tratando da distribuição das médias amostrais

$$\boxed{\begin{gathered} x = \bar{x} \\ \sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{gathered}}$$

Portanto: $$\boxed{z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}}$$

Assim, para

$$\begin{cases} -z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} => -z.\sigma/\sqrt{n} = \bar{x} - \mu => \mu = \bar{x} + z.\sigma/\sqrt{n} \\ z = \dfrac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} => z.\sigma/\sqrt{n} = \bar{x} - \mu => \mu = \bar{x} - z.\sigma/\sqrt{n} \end{cases}$$

Exemplo

- Numa pesquisa, foram coletadas 106 amostras de temperatura, obtendo-se uma média ($\overline{x}$) de 98,20 ºF e desvio padrão s=0,62 ºF. Para um nível de confiança de 95%, determine:
  - (a) A margem de erro da estimativa
  - (b) O Intervalo de confiança para μ

Exemplo

NC=95% => α=0,05 => $Z_{\alpha/2}$ = 1,96

(a) $E = Z_{\alpha/2}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}96.\frac{0{,}62}{\sqrt{106}} = 0{,}12$

(b) Como $\overline{X}$ = 98,20 e E = 0,12;

$$\overline{x} - E < \mu < \overline{x} + E$$

$$98{,}2 - 0{,}12 < \mu < 98{,}2 + 0{,}12$$

$$98{,}08 < \mu < 98{,}32$$

OU

$$\mu = 98{,}20 \pm 0{,}12$$

$$(98{,}08;98{,}32)$$

Se colhermos muitas amostras de tamanho 106 e construirmos um intervalo de confiança com NC=95% para cada um, 95% deles conteriam o valor da média populacional μ.

A temperatura média do ser humano é 98,6 ºF

Determinação do Tamanho da Amostra

- Uma das perguntas mais importantes numa análise estatística é determinar qual o melhor tamanho de amostras que devemos ter.
  - Amostras muito grandes são dispendiosas e demandam mais tempo de manipulação e estudo
  - Amostras pequenas são menos precisas e pouco confiáveis

Determinação do Tamanho da Amostra

- Pode-se estimar o melhor tamanho da amostra pela fórmula:

$$n = \left[\frac{z_{\alpha/2} . \sigma}{E} \right]^2$$

Obs.: Aproxime sempre para cima!!

- Observa-se que o tamanho da amostra depende do grau de confiança desejado, da margem de erro pretendida e do σ.

CONTINUAMOS PRECISANDO DE σ, QUE AINDA É DESCONHECIDO

Determinação do Tamanho da Amostra

- A fórmula exige que se substitua por algum valor o desvio-padrão populacional σ, mas se este for desconhecido, devemos poder utilizar um valor preliminar obtido por processos como:
  - $\sigma \approx$ amplitude/4
  - Realizar um estudo piloto iniciando o processo de amostragem. Com base na primeira coleção de pelo menos 31 valores amostrais selecionados aleatoriamente, calcular o desvio padrão amostral ‘s’ e utilizá-lo em lugar de σ. Este valor pode e deve ser refinado com a obtenção de mais dados amostrais.

Exemplo

- Queremos estimar a renda média no primeiro ano de um profissional. Quantas coletas devemos realizar se queremos 95% de confiança em que a média esteja a menos que R$1.000,00 da renda média verdadeira da população. Suponha σ conhecido e igual a R$3.000,00.

Exemplo

$$n = \left[\frac{z_{\alpha/2}.\sigma}{E}\right]^2 = \left[\frac{1{,}96.3000}{1000}\right]^2 = 34{,}54 \Rightarrow 35 \text{ amostras}$$

Aceitemos agora um E = 2000;

$$n = \left[\frac{z_{\alpha/2}.\sigma}{E}\right]^2 = \left[\frac{1{,}96.3000}{2000}\right]^2 = 8{,}64 \Rightarrow 9 \text{ amostras}$$

Ou seja, dobrando o erro admissível, podemos reduzir em aproximadamente ¼ o número de amostras.