Probabilidade e Estatística

Estimativa de uma Proporção Populacional

Estimativa de uma proporção populacional

- Aplicando os mesmos conceitos de estimativa pontual, intervalo de confiança e determinação do tamanho da amostra a uma proporção populacional ou percentagem:
  - p = proporção populacional
  - $\boxed{\hat{p} = x/n}$ => proporção amostral de sucesso em um evento de tamanho n
  - $\boxed{\hat{q} = 1 - \hat{p}}$ => proporção amostral de insucesso
  - Estimativa pontual: $\hat{p}$ é a melhor estimativa pontual da proporção populacional p
- Margem de erro

$$\boxed{E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p} \cdot \hat{q}}{n}}}$$

Intervalo de Confiança:

$$\boxed{\hat{p} - E < \mu < \hat{p} + E}$$

Exemplo

- Em uma pesquisa com 1068 hóspedes, 673 informaram ter preferência em ver filmes na TV a cabo. Determine:
  - Estimativa pontual da proporção populacional de toda a população de hóspedes.
  - A estimativa intervalar de todos os hóspedes do hotel (NC 95%)

Exemplo

- Em uma pesquisa com 1068 hóspedes, 673 informaram ter preferência em ver filmes na TV a cabo. Determine:
  - Estimativa pontual da proporção populacional de toda a população de hóspedes.
  - A estimativa intervalar de todos os hóspedes do hotel.
- Resposta a): $\boxed{\hat{p} = x/n = 673/1068 = 0{,}63}$
- Resposta b):

$$\hat{q} = 1 - \hat{p} = 1 - 0{,}63 = 0{,}37$$

$$E = Z_{\alpha/2} . \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}} = 1{,}96 . \sqrt{\frac{0{,}63.0{,}37}{1068}} = 0{,}029$$

Intervalo de Confiança:

$$\boxed{\begin{array}{l} \hat{p} - E < \hat{p} < \hat{p} + E \\ 0{,}63 - 0{,}029 < \hat{p} < 0{,}63 + 0{,}029 \\ 0{,}601 < \hat{p} < 0{,}659 \end{array}}$$

A percentagem de hóspedes que preferem assistir filme é de (63 $\pm$ 2,9)% com estimativa de 95% de probabilidade de acerto.

Determinação do Tamanho da Amostra

- Objetivo: determinar o tamanho necessário da amostra a fim de achar o valor aproximado de uma proporção populacional
- Utilizando Margem de Erro *E*, resolver para *n*.

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}.\hat{q}}{n}}$$

Determinação do Tamanho da Amostra

- Quando se conhece a Estimativa $\hat{p}$:

$$n = \frac{\left[z_{\alpha/2}\right]^2 \hat{p}\hat{q}}{E^2}$$

- Quando não se conhece a estimativa, considera-se:

$$\hat{p} = \hat{q} = 0{,}5$$

$$n = \frac{\left[z_{\alpha/2}\right]^2 0{,}25}{E^2}$$

Exemplo

- Um instituto de pesquisas quer estimar, com margem de erro de três pontos percentuais, a percentagem de eleitores que pretendem votar “sim” em determinado referendo. Com NC=95%, quantos eleitores devem ser pesquisados?
  - (a) Supor que se tenha uma estimativa de estudo anterior, mostrando que 18% dos eleitores vão votar “sim”;
  - (b) Supor não haver qualquer estimativa.

Solução: (a)

$$\hat{p} = 0{,}18 \therefore \hat{q} = 0{,}82$$

$$NC = 95\% \therefore \alpha = 0{,}05 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$$

$$E = 0{,}03 \text{ (três pontos percentuais)}$$

$$n = \frac{\left[z_{\alpha/2}\right]^2 \hat{p}\hat{q}}{E^2} = \frac{(1{,}96)^2(0{,}18)(0{,}82)}{0{,}03^2} = 630{,}0224 \approx 631$$

Resposta: pesquisar ao menos 631 eleitores.

Solução: (b)

$$\hat{p} = ? \therefore \hat{q} = ?$$

$$NC = 95\% \therefore \alpha = 0{,}05 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96$$

$$E = 0{,}03 \,(\text{três pontos percentuais})$$

$$n = \frac{\left[z_{\alpha/2}\right]^2 0{,}25}{E^2} = \frac{(1{,}96)^2 (0{,}25)}{0{,}03^2} = 1067{,}1111 \approx 1068$$

Resposta: pesquisar ao menos 1.068 eleitores.

Interpretação

- Para se ter 95% de confiança de que percentagem amostral está a menos de 3 pontos percentuais da percentagem verdadeira, deve-se selecionar aleatoriamente e pesquisar ao menos 1.068 eleitores (contra 631 se a proporção fosse conhecida). Sem conhecimento prévio da população, é necessário uma amostra maior para obter os mesmos resultados.
- Note que o tamanho da população é irrelevante!