# *Probabilidade e Estatística*

## "TESTES DE HIPÓTESES"

## (ou Testes de Significância)

# Estimação e Teste de Hipóteses

**Estimação e teste de hipóteses (ou significância) são os aspectos principais da Inferência Estatística**

## ESTIMAÇÃO

**Estimar um parâmetro qualquer da população**

## TESTE DE HIPÓTESES

**Decidir se determinada afirmação sobre um parâmetro populacional é, ou não, apoiada pela evidência obtida de dados amostrais**

# *Teste de Hipóteses*

**Em estatística, uma <u>hipótese</u> é uma alegação, ou afirmação, sobre uma característica de uma população**

- **Pesquisadores médicos afirmam que a <u>temperatura média</u> do corpo humano não é igual a 37 $^{o}$C**
- **Um novo fertilizante utilizado no cultivo de hortaliças aumenta a <u>produtividade</u>**

# *Teste de Hipóteses*

**A dificuldade nestes casos (e daí a necessidade de métodos estatísticos) é que a característica de interesse varia em cada amostra**

- **A <u>temperatura média</u> do corpo humano varia de pessoa para pessoa**
- **A <u>produtividade</u> varia de planta para planta**

# Raciocínio Estatístico

## DIRETRIZ GERAL

**"Analisar uma amostra para distinguir entre resultados que podem ocorrer facilmente e os que dificilmente ocorrem"**

# *Exemplo Prático*

**A empresa ProCare lançou o produto Escolha-o-Sexo. De acordo com a propaganda, o produto permitiria que os casais aumentassem em 87% a chance de terem um filho, e em 80% a chance de terem uma filha.**

**Suponha que se faz um experimento com 100 casais que querem ter menina, e que todos eles sigam as instruções da embalagem do respectivo produto.**

**Utilizando apenas o bom senso, o que se poderia concluir sobre a eficácia do Escolha-o-Sexo se das 100 crianças:**

**a) 52 são meninas ?**

**b) 96 são meninas ?**

# *Teste de Hipóteses*

## PONTO CRUCIAL

**A diferença entre o valor alegado de um parâmetro populacional e o valor de uma estatística amostral pode ser razoavelmente atribuído à variabilidade amostral**

*OU*

**A discrepância é demasiado grande para ser encarada assim**

# *Estudo de Caso*

## *(temperatura do corpo humano)*

**Estudos prévios indicam que a temperatura do corpo humano é 98,60ºF. Pesquisadores médicos de Maryland coletaram dados amostrais com $\overline{X}$ = 98,20ºF e distribuição aproximadamente normal.**

**Estes dados amostrais constituem evidência suficiente para rejeitar a crença comum de que $\mu$ = 98,6 ºF ???**

# Estudo de Caso
## *(temperatura do corpo humano)*

O primeiro passo consiste em formular <u>duas</u> hipóteses sobre a afirmação.

As hipóteses são explicações potenciais que procuram levar em conta fatos observados em situações onde existem algumas incógnitas.

A incógnita em nosso caso é a verdadeira temperatura do corpo humano.

# *Hipótese Nula e Alternativa*

A hipótese nula $H_0$ é uma afirmação que diz que o parâmetro populacional é tal como especificado (isto é, a afirmação é correta).

$$H_0: \ \mu = 98{,}6$$

A hipótese alternativa $H_1$ é uma afirmação que oferece uma alternativa à alegação (isto é, o parâmetro é maior/menor/diferente que o valor alegado).

$$H_1: \ \mu \neq 98{,}6$$

# *Hipótese Nula e Alternativa*

**A hipótese nula $H_0$ representa o *status quo*, ou seja, a circunstância que está sendo testada, e o objetivo dos testes de hipóteses é sempre tentar rejeitar a hipótese nula.**

**A hipótese alternativa $H_1$ representa o que se deseja provar ou estabelecer, sendo formulada para contradizer a hipótese nula.**

# *Hipótese Nula e Alternativa*

### *Teste Bilateral:*

$H_0: \mu =$ **valor numérico**

$H_1: \mu \neq$ **valor numérico**

### *Teste Unilateral Superior:*

$H_0: \mu =$ **valor numérico**

$H_1: \mu >$ **valor numérico**

### *Teste Unilateral Inferior:*

$H_0: \mu =$ **valor numérico**

$H_1: \mu <$ **valor numérico**

# *Tipos de Erro*

**Repare que, ao testarmos uma hipótese nula, chegamos a uma conclusão:**

**rejeitá-la, ou não rejeitá-la**

**Entretanto, devemos lembrar que tais conclusões ora são corretas, ora são incorretas (mesmo quando fazemos tudo corretamente!).**

**Este é o preço a ser pago por estarmos trabalhando em uma situação onde a variabilidade é inerente !!!**

# *Tipos de Erro*

| | | O Verdadeiro Estado da Natureza | |
|---|---|---|---|
| | | A hipótese nula é verdadeira. | A hipótese nula é falsa. |
| Decisão | Decidimos rejeitar a hipótese nula. | **Erro tipo I** (rejeição de uma hipótese nula verdadeira) | Decisão correta |
| | Não rejeitamos a hipótese nula. | Decisão correta | **Erro tipo II** (Não rejeição de uma hipótese nula falsa) |

# *Exemplo*

**A eficácia de certa vacina após um ano é de 25% (**isto é, o efeito imunológico se prolonga por mais de um ano em apenas 25% das pessoas que a tomam**). Desenvolve-se uma nova vacina, mais cara, e deseja-se saber se esta é, de fato, melhor.**

**Sendo "p" a proporção de imunizados por mais de uma ano com a nova vacina...**

- ***Quais hipóteses devem ser formuladas?***
- ***Que erros poderemos cometer?***

# Exemplo

***Hipótese nula:*** $H_0: p = 0{,}25$

***Hipótese alternativa:*** $H_1: p > 0{,}25$

***Erro tipo I : aprovar a vacina quando, na realidade, ela não tem nenhum efeito superior ao da vacina em uso.***

***Erro tipo II : rejeitar a nova vacina quando ela é, de fato, melhor que a vacina em uso.***

# *Nível de Significância*

- A probabilidade de se cometer um erro tipo I depende dos valores dos parâmetros da população e é designada por $\alpha$ (nível de significância).

- Dizemos, então, que o nível de significância $\alpha$ de um teste é a probabilidade máxima com que desejamos correr o risco de um erro do tipo I.

- O valor de $\alpha$ é tipicamente predeterminado; são comuns as escolhas $\alpha = 0{,}05$ e $\alpha = 0{,}01$.

- A probabilidade de se cometer um erro do tipo II é designada por $\beta$.

# *Exemplo Ilustrativo*

- Nosso interesse em detectar desvios não aleatórios (significativos) de determinado parâmetro pode envolver desvios em ambas as direções ou apenas numa direção.

- Assim, em sucessivas jogadas de uma moeda, esta pode ser considerada não-equilibrada se aparece um número muito grande, ou muito pequeno, de caras.

# *Exemplo Ilustrativo*

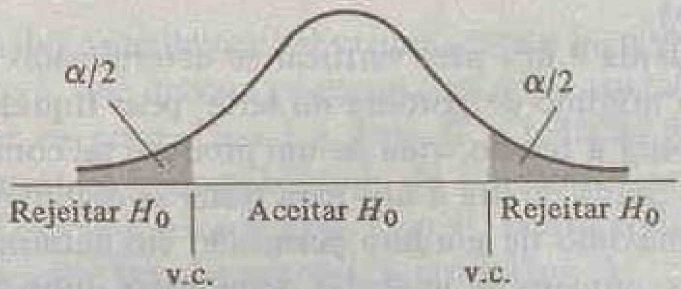
- **A hipótese nula estabelece a situação "normal", isto é, *a moeda é equilibrada*.**
  - $H_0: p = 0{,}50$
- **A hipótese alternativa seria simplesmente "*a moeda não é equilibrada*", e investigaríamos então desvios em ambas as direções.**
  - $H_1: p \neq 0{,}50$
- **Entretanto, se estivéssemos apostando, digamos, em caras, então nossa preocupação seria somente com um número pequeno de caras. A hipótese alternativa seria "*aparecem muito poucas caras*".**
  - $H_1: p < 0{,}50$

# *Exemplo Ilustrativo*

- **Essencialmente, a hipótese alternativa é usada para indicar qual o aspecto da variação não-aleatória que nos interessa.**

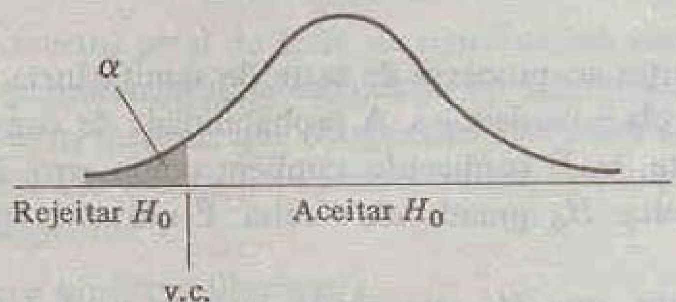
$$H_0 : p = 0,50$$

- $H_1: p \neq 0,50$ ***(ambas as direções: muito OU muito pouco)***
- $H_1: p < 0,50$ ***(desvio abaixo: muito pouco)***
- $H_1: p > 0,50$ ***(desvio acima: muito)***



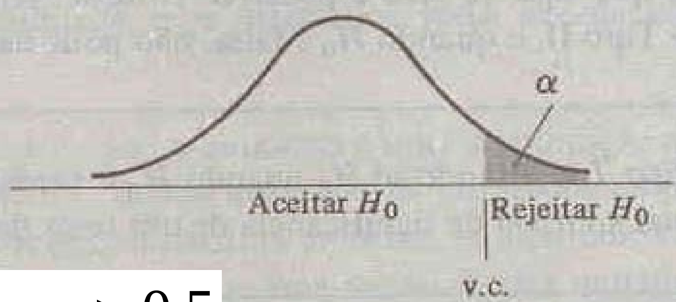

$$H_1 : p \neq 0{,}5$$

**BILATERAL**




$$H_1 : p < 0{,}5$$

**UNILATERAL**




$$H_1 : p > 0{,}5$$

**UNILATERAL**

# *R E S U M O*

## *O processo geral consiste nos seguintes passos:*

1. *Formular as hipóteses nula e alternativa;*

2. *Escolher a distribuição amostral adequada;*

3. *Escolher um nível de significância $\alpha$ com base na gravidade do erro tipo 1 ;*

4. *Calcular a estatística de teste, os valores críticos e a região crítica (esboçar um gráfico é SEMPRE uma boa opção)*

5. *Comparar a estatística de teste com os valores críticos:*

   - *Rejeitar a hipótese nula se a estatística de testa excede o(s) valor(es) crítico(s), ou seja, está na região crítica*

   - *Não rejeitar a hipótese nula, caso contrário.*

# *Exemplo*

- **Uma máquina automática enche pacotes de café segundo uma distribuição normal com média $\mu$ e desvio-padrão 20g**

- **A máquina foi regulada para $\mu$ = 500g**

- **De meia em meia hora tiramos uma amostra de 16 pacotes para verificar se o empacotamento está sob controle, isto é, se $\mu$ = 500g**

**Se uma dessas amostras apresentasse $\bar{x}$ = 492g,**
**você pararia ou não o empacotamento para verificar**
**se o ajuste da máquina *está correto* ?**

# *Exemplo*

***Passo 1:*** ***Indicamos por X o peso de cada pacote, então X é uma normal com média $\mu$ e $\sigma = 20$. As hipóteses que nos interessam são:***

***Hipótese nula:*** $H_0: \mu = 500\ g$

***Hipótese alternativa:*** $H_1: \mu \neq 500\ g$ **BILATERAL!**

***pois a máquina pode desregular para mais ou para menos***

# *Exemplo*

***Passo 2: Escolher a distribuição amostral***

- ***Se o desvio padrão populacional é conhecido:***

  ***Distribuição NORMAL (Caso deste exemplo típico)***

- ***Se o desvio é desconhecido E a amostra é pequena ($n<30$):***

  ***Distribuição de STUDENT***

# *Exemplo*

***Passo 3: Escolher o nível de significância***

- ***Pela situação descrita no problema, podemos fazer $\alpha$ = 0,01***

# *Exemplo*

***Passo 4: Calcular a estatística de teste, valores e região crítica***

$$\text{estatística de teste} = \frac{\text{média amostral} - \text{média alegada}}{\text{desvio padrão da distribuição amostral}}$$

$$z_{teste} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \quad \textbf{ou} \quad t_{teste} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$$

# Exemplo

***Passo 4:*** ***Calcular a estatística de teste, valores e região crítica***

$$\text{estatística de teste} = \frac{\text{proporção amostral} - \text{proporção alegada}}{\text{desvio padrão da distribuição amostral}}$$

$$z_{teste} = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$$

***n = número de provas***

***p = proporção populacional (hipótese nula)***

***q = 1 - p***

$$\hat{p} = \frac{\bar{x}}{n} \quad (\mathit{proporção\ amostral})$$

# Exemplo

***Passo 4: Calcular a estatística de teste, valores e região crítica***

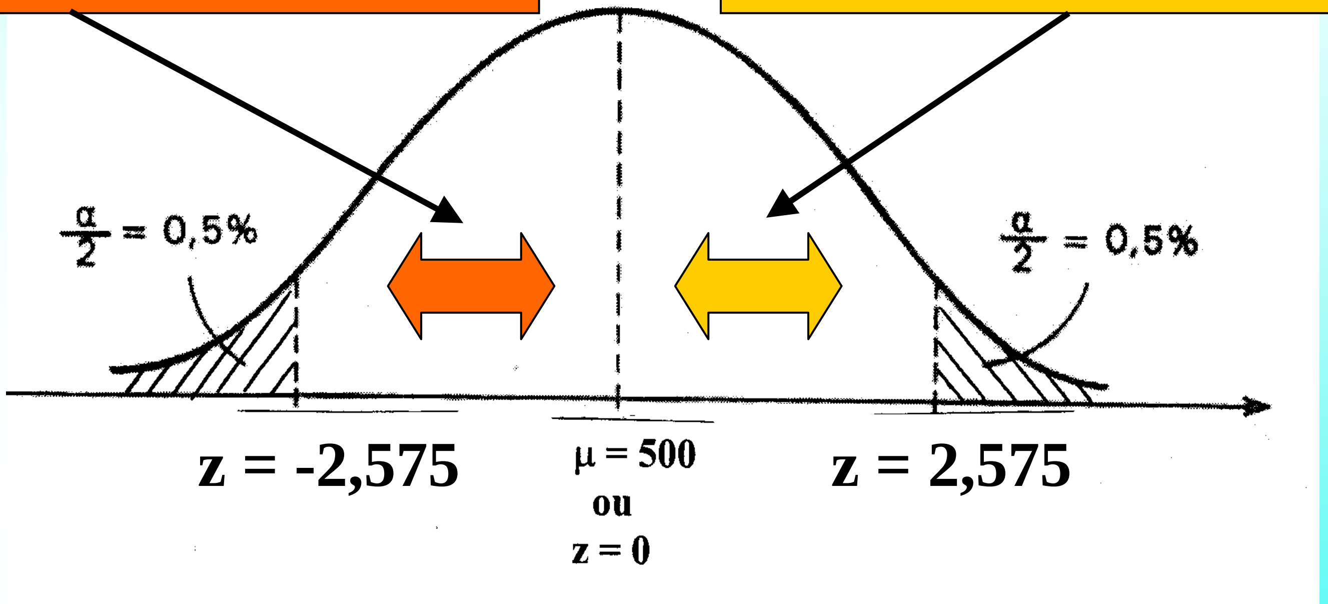
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{492 - 500}{20 / \sqrt{16}} = \frac{-8}{5} = -1{,}6$$

# *Exemplo*

***Passo 4: Calcular a estatística de teste, valores e região crítica***

**Área = 0,5 – 0,005 = 0,495**

**Área = 0,5 – 0,005 = 0,495**



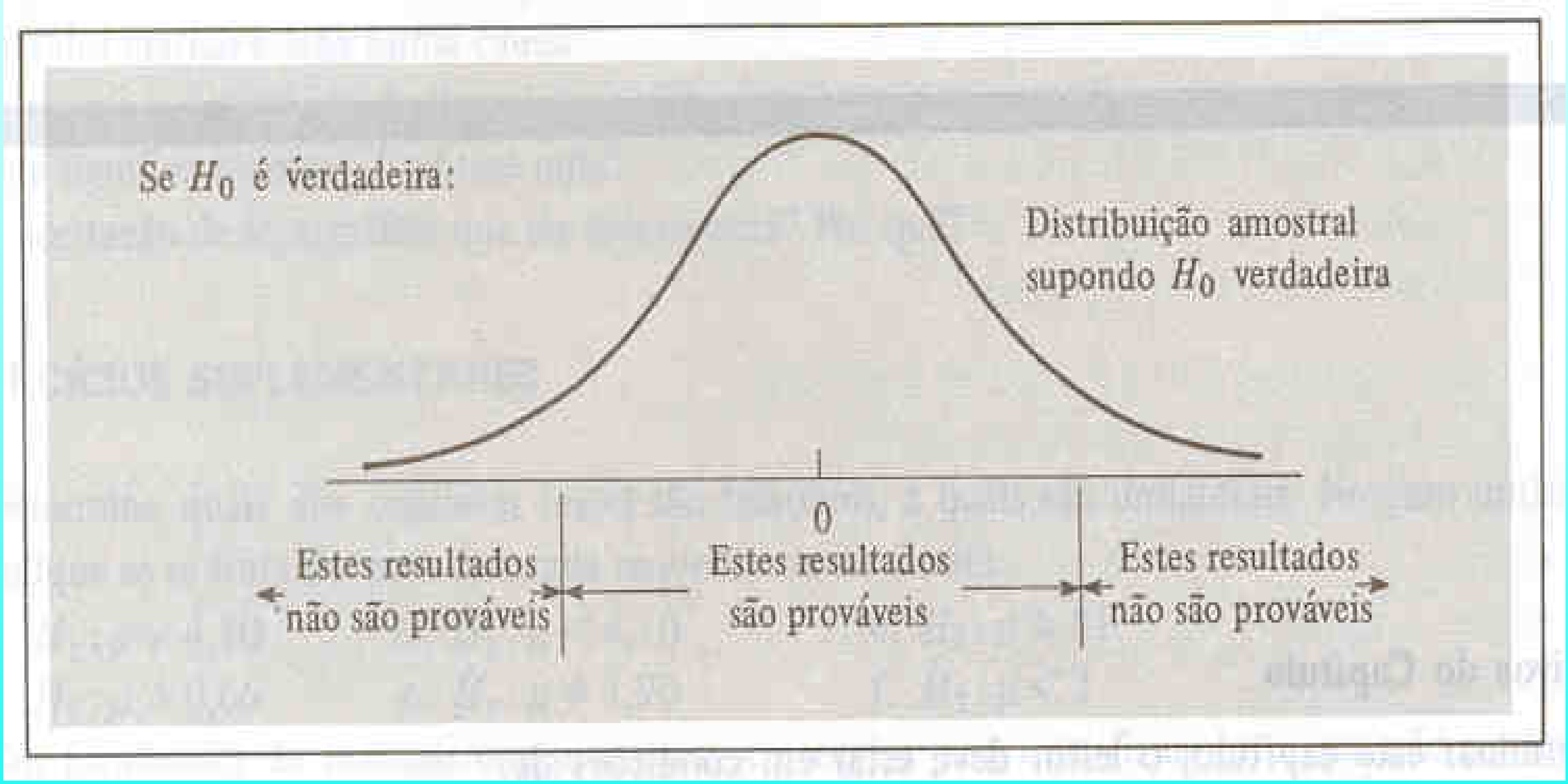
# *Exemplo*

***Passo 5:*** *A informação da amostra é que $x$ = 492 g (o que fornece $z$ = - 1,6)*

*Como $x \notin$ Região Crítica, nossa conclusão será <u>não rejeitar</u> $H_0$*

**A discrepância da média da amostra para a média proposta por $H_0$ pode ser considerada como devido apenas ao sorteio aleatório dos pacotes**

# R E S U M O: Passo 5



# R E S U M O: Passo 5