Probabilidade

Distribuição de Poisson

Distribuição de Poisson

Distribuição *discreta* de probabilidade aplicável a *ocorrências* de um evento em um intervalo especificado

TAXA

Exemplos

- usuários de computador ligados à Internet
- clientes chegando ao caixa de um supermercado
- acidentes com automóveis em uma determinada estrada
- Número de carros que chegam a um posto de gasolina
- Número de aviões seqüestrados em um dia
- Número de falhas em componentes por unidade de tempo
- Número de requisições para um servidor em um intervalo de tempo *t*
- Número de peças defeituosas substituídas num veículo durante o primeiro ano de vida

Distribuição de Poisson

- Em todas estas situações, temos um conjunto de ocorrências que satisfazem as seguintes condições:
  - o número de ocorrências de um evento em um intervalo de tempo (espaço) é independente do número de ocorrências do evento em qualquer outro intervalo disjunto – ocorrências independentes umas das outras
  - a probabilidade de duas ou mais ocorrências simultâneas é praticamente zero
  - o número médio de ocorrências por unidade de tempo (espaço) é constante ao longo do tempo (espaço) – ocorrências distribuídas uniformemente sobre o intervalo considerado
  - o número de ocorrências durante qualquer intervalo depende somente da duração ou tamanho do intervalo; quanto maior o intervalo, maior o número de ocorrências

Distribuição de Poisson

Portanto:

- A variável aleatória *X* é o nº de ocorrências do evento no intervalo
- O intervalo pode ser o tempo, a distância, a área, o volume ou outra unidade análoga

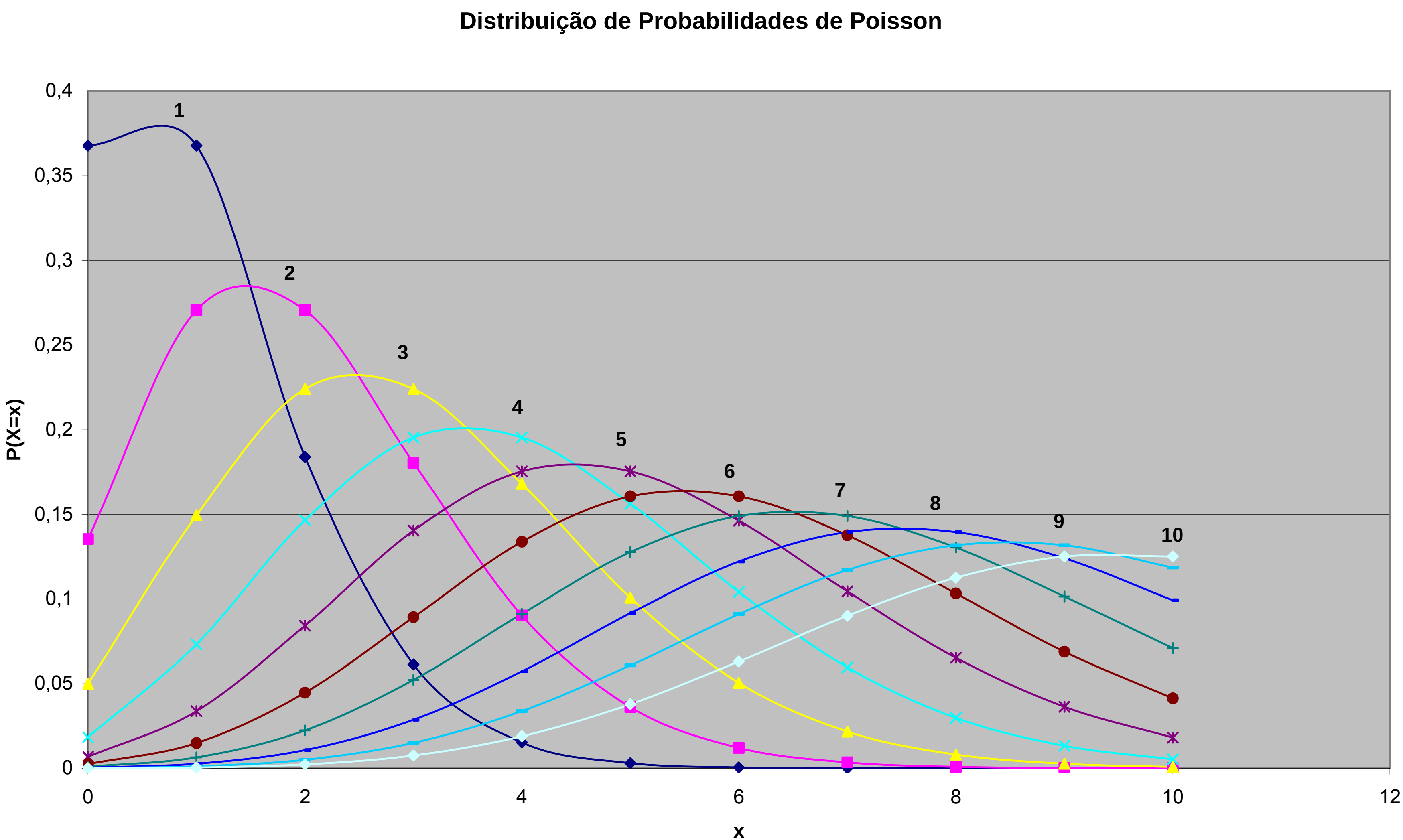
Distribuição de Poisson

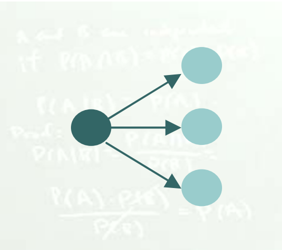
- Esta distribuição representa a probabilidade de que um evento ocorra um no especificado de vezes em um intervalo de tempo (espaço), quando a taxa de ocorrência é fixa

$$P(x) = \frac{\lambda^{x} . e^{-\lambda}}{x!}$$

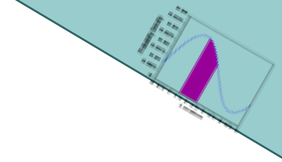
- x = valor da v. a. nº de ocorrências do evento em um intervalo
- λ = taxa de ocorrência do evento x (nº esperado de eventos)
- e ≈ 2,71828 (constante natural)

Curva da Distribuição de Poisson





Exemplo



Uma central telefônica tipo PABX recebe uma *<u>média</u>* de 5 chamadas por minuto. Qual a probabilidade deste PABX não receber nenhuma chamada durante um intervalo de 1 minuto?

$$P(X=0) \quad = \quad \frac{5^0 . e^{-5}}{0!} = e^{-5} = 0{,}0067$$

X = v. a. nº de chamadas em um intervalo de tempo

λ = taxa de ocorrência de chamadas (nº esperado de chamadas)

Reforçando....

- A distribuição de Poisson exige que:
  - a variável aleatória X seja o nº de ocorrências de um evento em um intervalo
  - as ocorrências sejam aleatórias
  - as ocorrências sejam independentes umas das outras
  - as ocorrências tenham a mesma probabilidade sobre o intervalo considerado

Distribuição de Poisson

- Os parâmetros da Distribuição de Poisson são:

$$\boxed{\textit{média}: \quad \lambda}$$

$$\boxed{\textit{desvio padrão}: \quad \sigma = \sqrt{\lambda}}$$

Distribuição de Poisson

- A distribuição de Poisson DIFERE DA Distribuição Binomial em dois aspectos:
  - a binomial é afetada pelo tamanho da amostra n e pela probabilidade p, enquanto a Poisson é afetada apenas pela taxa de ocorrência (média) λ
  - em uma binomial, os valores possíveis da variável aleatória X são 0, 1, 2, ..., n (limite máximo), enquanto que em uma Poisson os valores possíveis de X são 0,1,2,3 ... (sem limite superior)

Observação Final

- Podemos utilizar a Distribuição de Poisson como uma aproximação da Distribuição Binomial quando:
  - "n" é grande e "p", muito pequeno
    - $n \geq 100$ e $n.p \leq 10$ (regra empírica)
- Ao utilizarmos Poisson como aproximação da Binomial, podemos achar o valor de λ pela fórmula:
  - $\lambda = n \, . \, p$