Lista de Exercícios de Cálculo Vetorial
Capítulo 1: Trigonometria no triângulo

Teorema de Pitágoras

Exemplo 1: dado um triângulo retângulo de lados 2 e 5, calcule a hipotenusa deste.

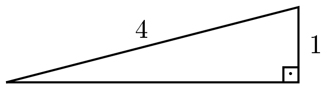
Solução: pelo teorema de Pitágoras, temos

$$h^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow h^2 = 2^2 + 5^2 \Rightarrow h^2 = 4 + 25 \Rightarrow h^2 = 29 \Rightarrow h = \sqrt{29}.$$

E1) Calcule as hipotenusas dos triângulos retângulos cujos lados são dados abaixo.

a) $a = 3$, $b = 4$; b) $a = 12$, $b = 9$; c) $a = 3$, $b = 8$.

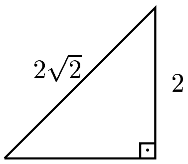
Exemplo 2: calcule o lado desconhecido do triângulo abaixo:

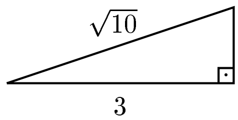


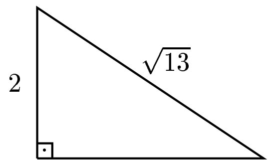
Solução: temos que a hipotenusa é $h = 4$ e um dos catetos é $a = 1$. Utilizando o Teorema de Pitágoras, temos

$$h^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow 4^2 = 1^2 + b^2 \Rightarrow 16 = 1 + b^2 \Rightarrow 16 - 1 = b^2 \Rightarrow 15 = b^2 \Rightarrow b^2 = 15 \Rightarrow b = \sqrt{15}.$$

E2) Calcule os lados desconhecidos dos triângulos retângulos abaixo.

a) 

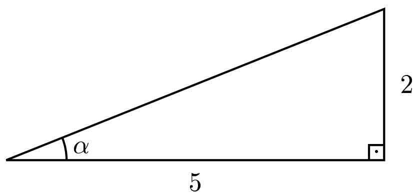
, b) 

, c) 

.

Triângulos semelhantes.

Exemplo 3: calcule, com base no triângulo abaixo, o seno e o cosseno do ângulo α.



Solução: Primeiro, precisamos calcular a hipotenusa. Esta é dada pelo Teorema de Pitágoras:

$$h^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow h^2 = 2^2 + 5^2 \Rightarrow h^2 = 4 + 25 \Rightarrow h^2 = 29 \Rightarrow h = \sqrt{29}.$$

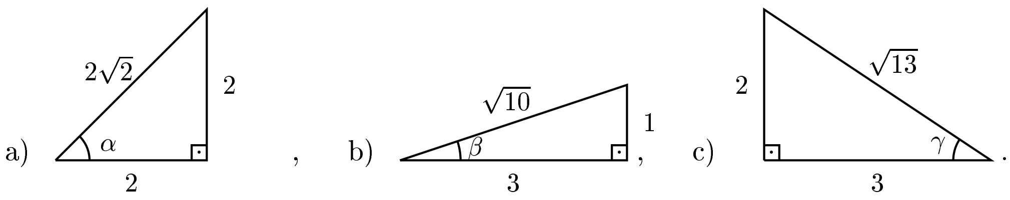
O seno é dado por

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{2}{\sqrt{29}}.$$

O cosseno é dado por

$$\cos\alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{5}{\sqrt{29}}.$$

E3) Calcule os senos e cossenos dos ângulos dados nos triângulos abaixo.



Exemplo 4: calcule, com base no triângulo do exemplo 3, a tangente e a co-tangente do ângulo α.

Solução: A tangente é dada por

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{2}{5}.$$

A co-tangente é dada por

$$\mathrm{cotg}\alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{cateto oposto}} = \frac{5}{2}.$$

E4) Calcule as tangentes e co-tangentes dos ângulos dados nos triângulos do exercício E3.

Exemplo 5: calcule, com base no triângulo do exemplo 3, a secante e a co-secante do ângulo α.

Solução: A secante é dada por

$$\sec\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{1}{\cos\alpha} = \frac{\sqrt{29}}{5}.$$

A co-secante é dada por

$$\mathrm{cosec}\alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto oposto}} = \frac{1}{\mathrm{sen}\,\alpha} = \frac{\sqrt{29}}{2}.$$

E5) Calcule as secantes e co-secantes dos ângulos dados nos triângulos do exercício E3.

Relações fundamentais.

Exemplo 6: dado $\mathrm{sen}\,90^0 = 1$, calcule $\cos 0^0$ usando uma das relações $\mathrm{sen}\,(90^o - \alpha) = \cos\alpha$, $\cos(90^o - \alpha) = \mathrm{sen}\,\alpha$.

Solução: $\cos 0^o = \mathrm{sen}\,(90^o - 0^o) = \mathrm{sen}\,90^o = 1$.

E6) Dados os valores abaixo, calcule os valores pedidos usando uma das relações $\mathrm{sen}\,(90^o - \alpha) = \cos\alpha$, $\cos(90^o - \alpha) = \mathrm{sen}\,\alpha$.

a) dado $\mathrm{sen}\,45^o = \frac{1}{\sqrt{2}}$, calcule $\cos 45^o$; b) dado $\cos 60^o = \frac{1}{2}$, calcule $\mathrm{sen}\,30^o$.

Exemplo 7: dado $\mathrm{sen}\,60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}$, calcule $\cos 60^o$ usando a relação fundamental $\cos^2\alpha + \mathrm{sen}\,^2\alpha = 1$.

Solução:

$$\cos^2 60^o + \mathrm{sen}\,^2 60^o = 1 \Rightarrow \cos^2 60^o = 1 - \mathrm{sen}\,^2 60^o \Rightarrow \cos^2 60^o = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Rightarrow \cos^2 60^o = 1 - \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos^2 60^o = \frac{4}{4} - \frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2 60^o = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 60^o = \sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow \cos 60^o = \frac{1}{2}.$$

E7) Dados os valores abaixo, calcule os valores pedidos usando a relação fundamental $\cos^2\alpha + \mathrm{sen}\,^2\alpha = 1$.

a) dado $\mathrm{sen}\,30^o = \frac{1}{2}$, calcule $\cos 30^o$; b) dado $\cos 45^o = \frac{1}{\sqrt{2}}$, calcule $\mathrm{sen}\,45^o$.

Respostas

E1) a) 5, b) 15, c) $\sqrt{73}$.

E2) a) 2, b) 1, c) 3.

E3) a) $\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$; b) $\operatorname{sen}\beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\cos\beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$; c) $\operatorname{sen}\gamma = \frac{2}{\sqrt{13}}$, $\cos\gamma = \frac{3}{\sqrt{13}}$.

E4) a) $\operatorname{tg}\alpha = 1$, $\operatorname{cotg}\alpha = 1$; b) $\operatorname{tg}\beta = \frac{1}{3}$, $\operatorname{cotg}\beta = 3$; c) $\operatorname{tg}\gamma = \frac{2}{3}$, $\operatorname{cotg}\gamma = \frac{3}{2}$.

E5) a) $\sec\alpha = \sqrt{2}$, $\operatorname{cosec}\alpha = \sqrt{2}$; b) $\sec\beta = \frac{\sqrt{10}}{3}$, $\operatorname{cosec}\beta = \sqrt{10}$; c) $\sec\gamma = \frac{\sqrt{13}}{3}$, $\operatorname{cosec}\gamma = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

E6) a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$, b) $\frac{1}{2}$.

E7) a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.