Università degli Studi di Padova

Corso di Perfezionamento in Metodologia e Didattica della Matematica

Anno accademico 2005-2006

Corso sulle tecnologie per l'insegnamento della Matematica
Introduzione a Cabri Géomètre

Geometria analitica del piano

Relatore
Prof. Luigi Tomasi

Candidato
Dott. Arsenio Stabile

Introduzione

Lo scopo di questo lavoro è quello di illustrare un possibile percorso didattico per l'insegnamento della geometria analitica nel piano cartesiano, sfruttando il noto software di geometria dinamica: *Cabrì Géomètre II plus*.

Le sue caratteristiche di flessibilità e semplicità d'uso lo rendono infatti un ambiente di apprendimento ideale all'interno del quale lo studente, da protagonista attivo, può esplorare non solo la geometria piana ma anche altre parti della matematica.

Il percorso che mi appresto ad illustrare è riferito alla terza classe di un istituto tecnico, ad esempio un I.T.I.S., e tratta, come dice il titolo, della geometria analitica nel piano.

I prerequisiti che supporrò posseduti dagli studenti, sono i seguenti:

- Uso elementare delle funzioni di disegno del software Cabrì Géomètre II plus;
- Concetti di algebra di base: calcolo letterale, equazioni di I e II grado.
- Concetti di base relativi al piano cartesiano: sistemi di riferimento nel piano e coordinate di un punto;

Lo studente sarà guidato nella sua indagine da schede di lavoro, da utilizzare in laboratorio multimediale, che lo renderanno autonomo nell'acquisizione dei concetti. Il ruolo dell'insegnante dovrebbe essere quello di aiutare lo studente nell'uso del software risolvendo eventuali problemi tecnici che dovessero presentarsi.

1. La retta

Illustrerò ora un possibile percorso che, sfruttando i potenti strumenti di Cabrì accompagna lo studente nell'esplorazione di alcuni concetti che normalmente alla lavagna risultano poco chiari.

Le caratteristiche di dinamicità di Cabrì possono essere utilizzate per evidenziare la costanza di certe grandezze al variare di altre e quindi per la "scoperta", nel caso specifico, del legame che intercorre fra l'ascissa e l'ordinata dei punti di una retta nel piano cartesiano.

Si parte innanzi tutto con i casi particolari di rette parallele agli assi cartesiani. Quindi si procede con il caso della retta per l'origine delle coordinate che verrà successivamente generalizzato al caso della retta non parallela all'asse y. Si giunge poi all'equazione in forma esplicita: $y = mx + q$, facendo riflettere strada facendo sul significato geometrico delle grandezze in gioco.

Infine si indurrà lo studente ad indagare sulle relazioni che legano il coefficiente angolare di una retta con quello della parallela e quello della perpendicolare a essa.

Gli obiettivi che si vogliono conseguire sono i seguenti:

- Conoscere le definizioni relative all'equazione della retta nel piano cartesiano.
- Conoscere, dal punto di vista grafico, il ruolo dei parametri m e q dell'equazione della retta in forma esplicita.
- Conoscere le relazioni che passano fra i coefficienti angolari di una retta e di una sua parallela o perpendicolare.
- Saper scrivere l'equazione di una retta parallela ad uno degli assi cartesiani, passante per un punto.
- Saper scrivere l'equazione della retta con dato coefficiente angolare e passante per un punto assegnato;
- Saper scrivere l'equazione della perpendicolare e della parallela ad una retta di data equazione.

1.1 Rette parallele agli assi cartesiani.

Seguendo passo per passo i punti della seguente scheda di lavoro, lo studente scoprirà l'e equazione della retta parallela all'asse delle ascisse. In modo analogo, nella successiva scheda di lavoro si indagherà sull'equazione della retta parallela all'asse delle ordinate.

SCHEDA DI LAVORO N.1

1. Apri un nuovo foglio di Cabrì.
2. Facendo click su “**Mostra gli assi**” nel menù n.11, verranno visualizzati gli assi cartesiani.
3. Facendo click prima su “**Griglia**” nel menù n.11 e poi su uno degli assi cartesiani, vengono mostrati i punti del piano a coordinate intere.
4. Disegna il punto $(0,5)$ e denominalo *A*.
5. Clicca sulla funzione “**Retta parallela**” nel menù n.5.
6. Facendo click su *A* e poi sull’asse *x*, disegna la parallela a quest’ultimo asse e passante per *A*.
7. Disegna quattro distinti punti su tale retta e denominali: *B*, *C*, *D*, *E*.
8. Di ciascuno dei punti creati al punto 7, oltre al punto *A*, visualizza le coordinate cartesiane facendo click su ognuno, dopo aver selezionato la funzione “**Coordinate o equazioni**” nel menù n.9.
9. Scrivi le coordinate di tali punti nella seguente tabella:

punto	***x***	***y***
A		
B		
C		
D		
E		

10. Cosa si nota osservando la colonna delle *ordinate*?...
11. Completa la seguente frase con le parole: *parallela, y, ordinata, punti*

I ……… di una retta ………………… all’asse … hanno tutti la stessa ………………….

12. Indicato con h tale numero, dunque, diremo che un’equazione del tipo: $y = h$ rappresenta *la retta parallela all’asse x* e passante per il punto $(0;h)$ sull’asse *y*.
13. Ripeti i punti da 1 a 10 disegnando però su un foglio vuoto la retta parallela all’asse *x* e passante per il punto $A(3,4)$, annotando su un foglio di carta le coordinate dei punti *A,B,C,D,E* in una tabella analoga a quella del punto 8.

Nello stesso modo della precedente scheda di lavoro, introdurremo l'equazione della retta parallela all'asse delle *y*.

SCHEDA DI LAVORO N.2

1. Apri un nuovo foglio di Cabrì.
2. Facendo click su "**Mostra gli assi**" nel menù n.11, verranno visualizzati gli assi cartesiani.
3. Facendo click prima su "**Griglia**" nel menù n.11 e poi su uno degli assi cartesiani, vengono mostrati i punti del piano a coordinate intere.
4. Disegna il punto $(-3;0)$ e denominalo *A*.
5. Clicca sulla funzione "**Retta parallela**" nel menù n.5.
6. Facendo click prima su *A* e poi sull'asse *y*, disegna la parallela a quest'ultimo asse e passante per *A*.
7. Disegna quattro distinti punti su tale retta e denominali: *B*, *C*, *D*, *E*.
8. Di ciascuno dei punti creati al punto 7, oltre al punto *A*, visualizza le coordinate cartesiane facendo click su ognuno, dopo aver selezionato la funzione "**Coordinate o equazioni**" nel menù n.9.
9. Scrivi le coordinate di tali punti nella seguente tabella:

punto	***x***	***y***
A		
B		
C		
D		
E		

10. Cosa si nota osservando la colonna delle *ascisse*?..
11. Completa la seguente frase con le parole: *parallela, x, ascissa, punti*

I ……… di una retta ………………… all'asse … hanno tutti la stessa …………………

12. Indicato con *k* tale numero, dunque, diremo che un'equazione del tipo: $x = k$ rappresenta la retta parallela all'asse *x* e passante per il punto $(k;0)$ sull'asse *x*.

13. Ripeti i punti da 1 a 10 disegnando però su un foglio vuoto la retta parallela all'asse x e passante per il punto $A(-1,5)$, annotando su un foglio di carta le coordinate dei punti A,B,C,D,E in una tabella analoga a quella del punto 8.
14. Per ognuno dei punti indicati nella prima colonna della tabella seguente, scrivi nelle colonne affianco le equazioni delle rette parallele agli assi cartesiani e passanti per tale punto.

punto	**Equazione parallela asse *x***	**Equazione parallela asse *y***
$A(-3,5)$		
$B(2,-6)$		
$C(-5,-3)$		
$D(-4,8)$		
$E(7,6)$		
$F(-7,0)$		
$O(0,0)$		

15. Cosa avviene in corrispondenza del punto O?
16. Possiamo concludere che l'equazione dell'asse x è…………., mentre l'equazione dell'asse y è………….

1.2 Retta passante per l'origine degli assi cartesiani.

Dopo aver trattato l'equazione della retta parallela all'asse delle ascisse e della retta parallela all'asse delle ordinate, allo scopo di introdurre il concetto di retta passante per l'origine, si propone agli studenti la seguente scheda di lavoro. Il suo scopo è quello di condurre lo studente alla conclusione che il rapporto fra l'ordinata e l'ascissa di ogni punto di tale retta, ad eccezione dell'origine, è costante, in modo da giungere in maniera naturale all'equazione:

$$\frac{y}{x} = m \Leftrightarrow y = m \cdot x .$$

SCHEDA DI LAVORO N.3

1. Crea un foglio vuoto;

2. Mostra gli assi cartesiani facendo click sul menù n.11. Verrà visualizzata una coppia di assi cartesiani ortogonali;
3. Facendo click sulla voce "**griglia**" del menù n.11 fai in modo che venga mostrata la griglia. Essa evidenzia i punti del piano che vanno coordinate intere.
4. Con lo strumento "**Punto**", disegna il punto di coordinate $(3;4)$ e denominalo "*A*";
5. Quindi disegna la retta, denominandola "r" che passa per l'origine degli assi e per il punto A.
6. Prendi ancora lo strumento "**Punto**" e disegna su tale retta un secondo punto "*B*" e visualizza le relative coordinate cliccando su di esso dopo aver selezionato la voce "**Coordinate ed equazioni**" presente nel menù n.9.
7. Fai comparire lo strumento "**Calcolatrice**" cliccando sulla relativa voce nel menù n.9.
8. Portando in vicinanza dell'ordinata del *B* il puntatore del mouse, viene ivi mostrata la scritta "*questo numero*". Fai dunque click su di esso. Nella calcolatrice viene mostrata la lettera *a.* Poi inserisci il segno di divisione "/" e quindi clicca sull'ascissa dello stesso punto. Ciò mostrerà la lettera *b*. Alla fine nella calcolatrice verrà mostrata la scritta: "*a/b*".
9. Clicca sul simbolo di *uguale* sulla calcolatrice: verrà mostrato nella casella del risultato il valore del rapporto fra l'ordinata e l'ascissa.
10. Clicca ora sul punto *B* e trascinalo lungo la retta. Cosa osservi?
11. Fai click ora sul punto *A* della retta facendola ruotare intorno all'origine. Osserverai che le coordinate di *B* cambiano e con esse anche il risultato del rapporto prima calcolato, (che da ora in poi chiameremo "*coefficiente angolare*" della retta.
12. Poni la retta in una posizione diversa da quella precedente. Il valore del rapporto è naturalmente diverso da quello iniziale.
13. Trascina ancora il punto *B* sulla retta. Cosa noti?
14. Cosa avviene se si porta il punto *B* a coincidere con l'origine degli assi coordinati?

Alla fine di questa scheda di lavoro, lo studente dovrebbe essere portato alla conclusione che il rapporto fra l'ordinata del punto e la sua ascissa, fatta eccezione per l'origine, non dipende dal punto scelto ma solo dalla particolare posizione della retta:

$$y_A = mx_A$$

qualunque sia il punto $A(x_A; y_A)$ della retta. Di conseguenza si può scrivere:

$$y = mx .$$

A tale equazione daremo il nome di "*Equazione della retta passante per l'origine di coefficiente angolare m*".

Svolgi il seguente esercizio:

Scrivi l'equazione della retta *r* passante per l'origine e per il punto $A(3;6)$. Indica poi quali dei i punti di coordinate $B(1;2)$, $C(5;10)$, $D(7;6)$, $E(-3;-6)$, $F(-1;-7)$ appartengono alla retta *r*. Disegna con cabrì la retta *r* e verifica che la sua equazione sia quella da te indicata, facendotela mostrare e controlla che i punti da te indicati come appartenenti o meno alla retta siano davvero tali.

1.3 Retta generica nel piano, non parallela all'asse delle ordinate.

Come fatto al punto precedente, si introdurrà l'equazione di una retta qualsiasi nel piano, non passante per l'origine e non parallela agli assi cartesiani. Si procederà mostrando la costanza, al variare della coppia di punti $A(x_A; y_A)$ e $B(x_B; y_B)$ su tale retta, del rapporto fra la differenza delle ordinate e la differenza delle ascisse:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = costante.$$

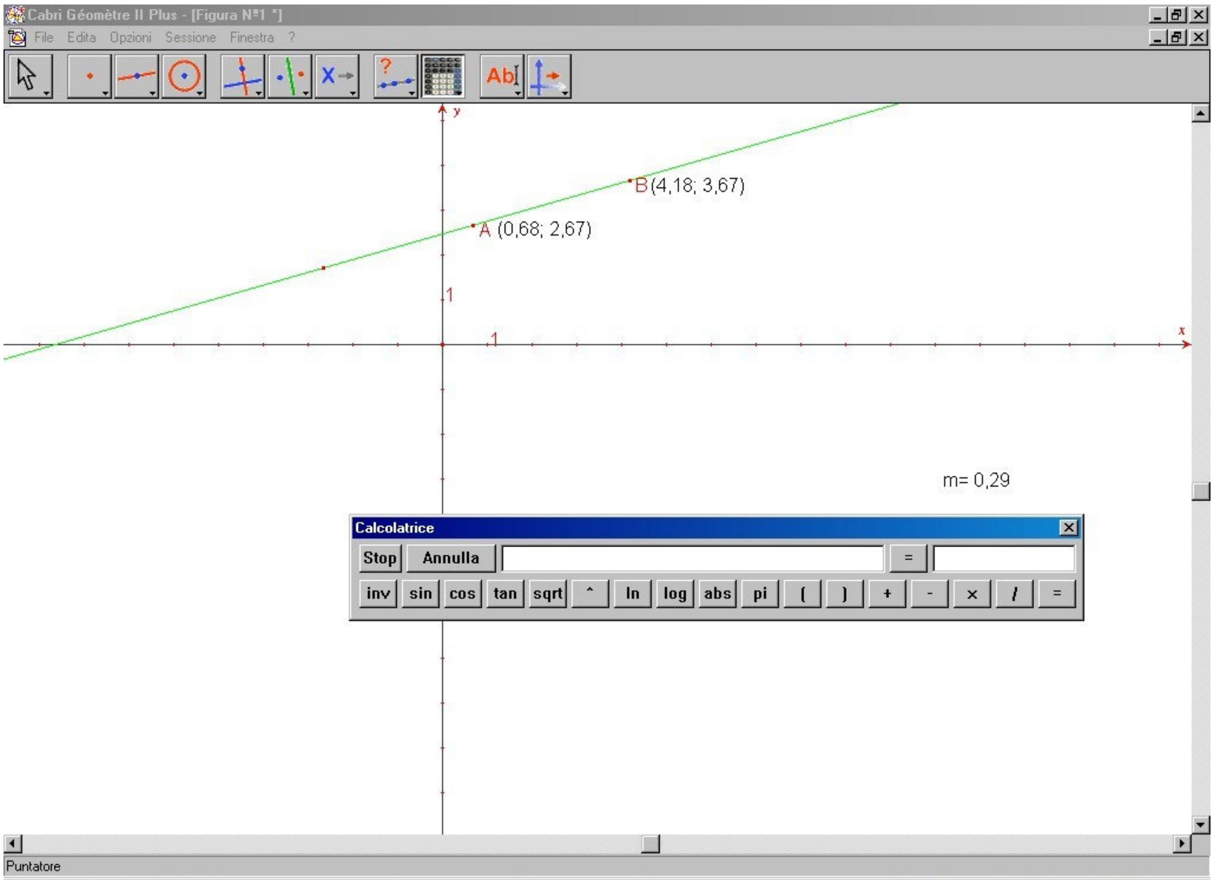
Successivamente, si proporrà un'ulteriore scheda di lavoro con la quale lo studente stabilirà un collegamento fra la posizione della retta con il segno del coefficiente angolare.

SCHEDA DI LAVORO N.4

1. Fai comparire gli assi cartesiani;
2. Disegna una retta qualunque, non passante per l'origine e non parallela a nessuno degli assi cartesiani, attraverso lo strumento "**Retta**" del menù n.3;
3. Scegli su tale retta due qualunque punti *A* e *B* e fai comparire le loro coordinate cliccando sul pulsante "**Coordinate o equazioni**";
4. Visualizza ora la calcolatrice cliccando sull'apposita voce nel menù n.9.
5. Attraverso di essa, calcola il rapporto fra la differenza delle ordinate dei due punti e la differenza delle loro ascisse, cliccando su tali numeri già presenti sullo schermo, e trascina il risultato sul foglio.
6. Clicca sul punto *A* e trascinalo lungo la retta. Cosa osservi?
7. Ripeti il punto 6 trascinando il punto *B*.
8. Si osserva che facendo variare sia *A* che *B*, le loro coordinate cartesiane variano di conseguenza. Ciò che non varia è il valore del rapporto (*m*) fra la differenza delle ordinate e la differenza delle ascisse. A tale rapporto daremo il nome di "*coefficiente angolare della retta*". Cosa osservi se fai ruotare la retta intorno ad un suo punto?
9. Cosa avviene se la retta diventa parallela all'asse delle *y*? Perché avviene ciò?

10. Dunque possiamo concludere che se la retta *non è parallela all'asse y*, dati due suoi punti distinti $A(x_A; y_A)$ e $B(x_B; y_B)$:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = costante.$$



Fissiamo ora sulla retta il punto $A(x_A; y_A)$ e facciamo variare in tutti i modi possibili il punto *B*, mantenendolo diverso da *A*. Siccome da questo momento è un punto qualsiasi, le sue coordinate saranno indicate con $B(x; y)$, eliminando il pedice. Allora possiamo scrivere:

$$m = \frac{y - y_A}{x - x_A}, \text{ se } x \neq x_A \text{ e } y \neq y_A.$$

Eliminando il denominatore possiamo scrivere:

$$y - y_A = m \cdot (x - x_A)$$

dove $A(x_A; y_A)$, lo ricordo, è un fissato suo punto. Facendo semplici passaggi, essa si riscrive come:

$$y = m \cdot x - m \cdot x_A + y_A$$

Posto $q = -m \cdot x_A + y_A$ si ottiene la "*forma esplicita*" dell'equazione della retta:

$$y = mx + q .$$

Nella prossima scheda di lavoro si metteranno in collegamento le proprietà geometriche della retta e i coefficienti *m* e *q* della sua equazione in forma esplicita, appena introdotta.

SCHEDA DI LAVORO N.5

1. Apri un foglio di cabrì vuoto e mostra gli assi cartesiani.
2. Disegna una qualunque retta, denominandola *r* e fai visualizzare la sua equazione rispetto a tali assi con il comando "**coordinate o equazioni**".
3. Cliccando su un punto della retta e trascinandola opportunamente, falla ruotare in modo che essa attraversi il primo e il terzo quadrante, in modo cioè che risulti "*crescente*" da sinistra verso destra. Qual è il segno del coefficiente angolare?....................................
4. Fai ruotare ora la retta in maniera che risulti "*decrescente*" sinistra verso destra. Cosa avviene al segno del coefficiente angolare?....................................

Attraverso la prossima scheda, l'uso di Cabrì dovrebbe rendere evidente allo studente che il segno del coefficiente angolare è legato alla diversa inclinazione della retta rispetto all'asse *x*. Inoltre viene anche messo in evidenza il ruolo del parametro *q* dell'equazione della retta in forma esplicita.

SCHEDA DI LAVORO N.6

1. In un foglio nuovo di Cabrì, mostra gli assi cartesiani.
2. Disegna ora una retta non passante per l'origine;
3. Tale retta interseca l'asse *y* in un punto $A(0, y_A)$. Dopo aver disegnato tale punto con l'apposita funzione di Cabrì, fai comparire le sue coordinate cliccando su di esso dopo aver selezionato "**coordinate o equazioni**" nel menù n.9.
4. Ora fai comparire l'equazione della retta disegnata cliccando su di essa dopo aver impostato ancora la funzione "**coordinate o equazioni**" nel menù n.9. Cosa noti? Cosa avviene se si cambia la posizione della retta? Al parametro *q* si da il nome di "*Ordinata all'origine*" della retta e rappresenta l'ordinata del punto di intersezione della retta con l'asse *y*.
5. Cliccando sulla retta falla ruotare intorno ad un suo punto fino a porla in una posizione in cui "salga" da sinistra verso destra. Nel frattempo osserva il coefficiente angolare.

6. Ora, nello stesso modo, poni la retta in una posizione in cui "scenda" da sinistra verso destra. Cosa si osserva?

1.4 Rette parallele e rette perpendicolari

Con le prossime schede di lavoro, lo studente sarà guidato nell'indagine sulle relazioni che collegano i coefficienti angolari di rette parallele e perpendicolari ad una retta di data equazione. Per quanto riguarda il parallelismo, l'uguaglianza dei coefficienti angolari di rette parallele, può essere messa subito in evidenza dalla funzione "*coordinate o equazioni*" del programma. Infatti, una volta disegnata una retta e una sua parallela, è sufficiente mostrare le equazioni delle due rette per concludere che hanno lo stesso coefficiente angolare. Inoltre, modificando la retta inizialmente disegnata, il Software mostra che essi variano pur restando fra loro uguali.

In maniera del tutto analoga, si indagherà per scoprire la relazione che lega fra di loro il coefficiente angolare di una retta e quello di una sua perpendicolare.

SCHEDA DI LAVORO N. 7

1. Apri un foglio vuoto di Cabrì.
2. Fai comparire gli assi cartesiani e la griglia attraverso le rispettive funzioni presenti nel menù n.11 (la griglia non apparirà immediatamente al click sulla funzione, ma solo dopo aver cliccato su uno degli assi, in seguito all'attivazione della funzione).
3. Disegna ora la retta *r* passante per il punto $A(2;1)$ e per l'origine.
4. Disegna il punto $B(3;3)$.
5. Traccia adesso la retta parallela *s* a *r* e passante per *B,* attraverso la funzione presente nel menù n.5: "*Retta parallela*", cliccando, dopo averla attivata, sulla retta *r* e su *B*.
6. Dopo aver selezionato la funzione "*coordinate o equazioni*" nel menù n.9, fai comparire le equazioni delle due rette *r* ed *s*, facendo click su di esse.
7. Cosa si osserva?
8. Disegna nel piano le rette parallele ad *r* e passanti per i punti sotto indicati e annotando accanto ad ognuno l'equazione della retta, il coefficiente angolare (*m*) e l'ordinata all'origine (*q*) dell'equazione di ogni retta.

Punto	**Equazione**	***m***	***q***
$C(-3;2)$			

$D(-4;3)$			
$E(1;-7)$			
$F(-1;5)$			

9. Cosa si nota guardando la colonna dei coefficienti angolari?...
10. Completa la frase con le parole: *coefficiente angolare, parallela, qualunque, uguale*;

Data una qualunque retta r, il .... di una ....retta ad essa .... è .... al .... della retta r.

SCHEDA DI LAVORO N.8

1. Ripeti i punti da 1 a 3 della scheda di lavoro precedente.
2. Mostra l'equazione della retta *r* e annota di seguito il suo coefficiente angolare: *m*=…
3. Disegna il punto di coordinate $B(3;4)$.
4. Disegna la retta *s* perpendicolare a *r* e passante per *B*.
5. Mostra l'equazione di *s* e annota qui il suo coefficiente angolare: *m'*= ….
6. Trascina il punto *A* fino a portarlo nella posizione $A(3;1)$ annota il coefficiente angolare della retta *r*: *m*=… e della retta *s: m'*=… ;
7. Considera la seguente tabella. Ripeti il punto 6 trascinando il *A* nelle posizioni indicate nella prima colonna, annotando nelle caselle accanto l'equazione della retta *r* e della retta *s*, e i rispettivi coefficienti angolari.

Punto	Equazione r	Equazione s	m	m'
$A(-3;2)$				
$A(-4;3)$				
$A(1;-7)$				
$A(-1;5)$				
$A(2;-2)$				

8. Cosa si osserva confrontando per ogni punto i valori dei due coefficienti angolari?.......................................
9. Ripeti questo esercizio, scegliendo come retta iniziale la retta di equazione $y = 3x - 2$, il punto $B(1;-4)$ e completando la seguente tabella:

Punto	**Equazione *r***	**Equazione *s***	***m***	***m'***
$A(-1;-2)$				
$A(7;3)$				
$A(1;5)$				
$A(-3;-3)$				
$A(6;-2)$				

10. Dunque, per concludere, completa la seguente frase, con le parole: *Coefficiente angolare, perpendicolare, opposto, reciproco.*

Data una qualunque retta r, il ……………………………….. di una retta s ad essa ………………… è uguale all' …………………… del ………………… del ………………………………della retta s.

2. Le coniche

In questo capitolo tratterò un possibile approccio didattico alla geometria analitica delle curve ottenute mediate intersezione di un piano con la superficie di un cono illimitato: le coniche. Fisserò la mia attenzione sulla parabola e sulla circonferenza. Il tutto, in maniera analoga a quanto fatto nel primo capitolo sulla geometria analitica della retta, verrà svolto attraverso opportune schede di lavoro da distribuire agli studenti.

Gli obiettivi che si vogliono conseguire sono i seguenti:

- Conoscere l'equazione della parabola (con asse parallelo *y*) rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano.
- Sapere come varia il grafico della parabola al variare dei coefficienti *a, b, c*.
- Conoscere gli elementi notevoli della parabola.
- Saper determinare, data l'equazione di una parabola, le coordinate del fuoco e del vertice e le equazioni dell'asse e della direttrice.
- Conoscere l'equazione della circonferenza rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano.
- Conoscere le formule per determinare la posizione del centro e la lunghezza del raggio, data l'equazione della circonferenza.
- Saper scrivere l'equazione della circonferenza le coordinate del centro e il raggio.
- Saper determinare, data l'equazione della circonferenza, le coordinate del suo centro e la lunghezza del raggio.

2.1 Parabola con vertice nell'origine degli assi cartesiani

Si discuterà un possibile approccio didattico all'equazione della parabola, partendo innanzi tutto dal caso più elementare della parabola avente il vertice nell'origine degli assi cartesiani, per poi estendere i risultati ottenuti al caso in cui il vertice sia un punto qualsiasi del piano cartesiano. Nel frattempo, si evidenzieranno i ruoli dei coefficienti *a*, *b* e *c*, dell'equazione

$$ax^2 + bx + c = 0$$

dal punto di vista grafico.

Enunciamo per prima cosa la definizione di parabola dati il fuoco e la direttrice.

<u>Definizione:</u> **Dati un punto F e una retta *d* parallela all'asse delle *x*, la parabola di fuoco F e direttrice *d* è il luogo geometrico dei punti del piano equidistante da F e da *d*.**

Attraverso la seguente scheda di lavoro, viene disegnata la parabola seguendo la definizione appena data e quindi vengono indagate le proprietà geometriche della stessa al variare dei coefficienti della sua equazione.

SCHEDA DI LAVORO N.1

1. Crea un nuovo foglio di Cabrì;
2. Facendo click su "**Mostra gli assi**" nel menù n.11, verranno visualizzati gli assi cartesiani.
3. Utilizzando lo strumento "**Circonferenza**" nel menù n.4, disegna una circonferenza con centro nell'origine e secondo punto sul semiasse negativo delle *y* e denomina "***A***" questo punto.
4. .Disegna il punto di intersezione della circonferenza col semiasse positivo delle *y* e denominalo "***F***", in questo siamo sicuri che la parabola così costruita avrà il vertice nell'origine degli assi.
5. Con lo strumento "**retta perpendicolare**" presente nel menù n.5, disegna la perpendicolare passante per ***A*** all'asse *y* e denominala "***d***".
6. Disegna un qualunque punto su *d* e chiamalo "***B***". Successivamente, disegna la perpendicolare *r* passante per *B* alla retta *d.*
7. Congiungi, con lo strumento "**Segmento**" del menù n.3 i punti *F* e *B* e disegna il suo asse *s* utilizzando l'apposita funzione del menù n.5. Infine, disegna il punto di intersezione di *s* con *BF* e chiamalo "***D***".
8. Disegna il punto di intersezione di tale asse con la retta *r* e denominalo "***C***". Osserviamo che tale punto appartiene alla parabola poiché, essendo *s* l'asse del segmento *BF*, quest'ultimo è diviso in due segmenti uguali: $FD = DB$. Inoltre gli angoli *FDC* e *CDB* sono uguali essendo entrambi retti. Infine i triangoli *FDC* e *CDB* hanno in comune il lato *CD*. Dunque tali triangoli sono uguali per il **primo criterio congruenza dei triangoli**. Quindi le distanze *CB* e *FC* sono uguali.
9. Dopo aver selezionato lo strumento "**Luogo**" presente nel menù n.5, allo scopo di disegnare il luogo dei punti descritti da *C* al variare di *B* sulla retta *d*, fai click prima su *C* e quindi su *B.* Viene disegnata la parabola e il punto *F* e la retta *d* prendono il nome rispettivamente "*Fuoco*" e "*direttrice*" della parabola.
10. Dopo aver selezionato l'opzione "**Coordinate o equazioni**" nel menù n.11, fai click sulla parabola. In tal modo verrà visualizzata l'equazione della parabola che sarà del tipo: $y = ax^2$.
11. Cosa succede al coefficiente *a* se si trascina il punto *A* lungo il semiasse negativo delle *y*? ……………………
12. Cosa avviene alla parabola mentre si trascina il punto *A*?..

13. In questa situazione diremo che *la concavità della parabola è rivolta verso l'alto*?
14. Trascina ora il punto *A* lungo l'asse *y* fino a portarlo sul semiasse positivo. Cosa avviene alla parabola?...................................... Cosa avviene nell'equazione della parabola? ....
15. Sposta il punto *A* nelle sei posizioni diverse dell'asse *y* indicate nella seguente tabella. Otterrai sei diverse parabole, di ognuna delle quali annota l'equazione, il coefficiente *a*, il verso della concavità.

Punto *A*	Equazione della parabola	Coefficiente *a*	Verso della concavità
$(0,-4)$			
$(0,3)$			
$(0,-3)$			
$(0,1)$			
$(0,-5)$			

Completa la seguente frase con le parole: $y = ax^2$, *un'equazione, vertice, parabola, coefficiente, positivo, negativo, l'alto, il basso.*

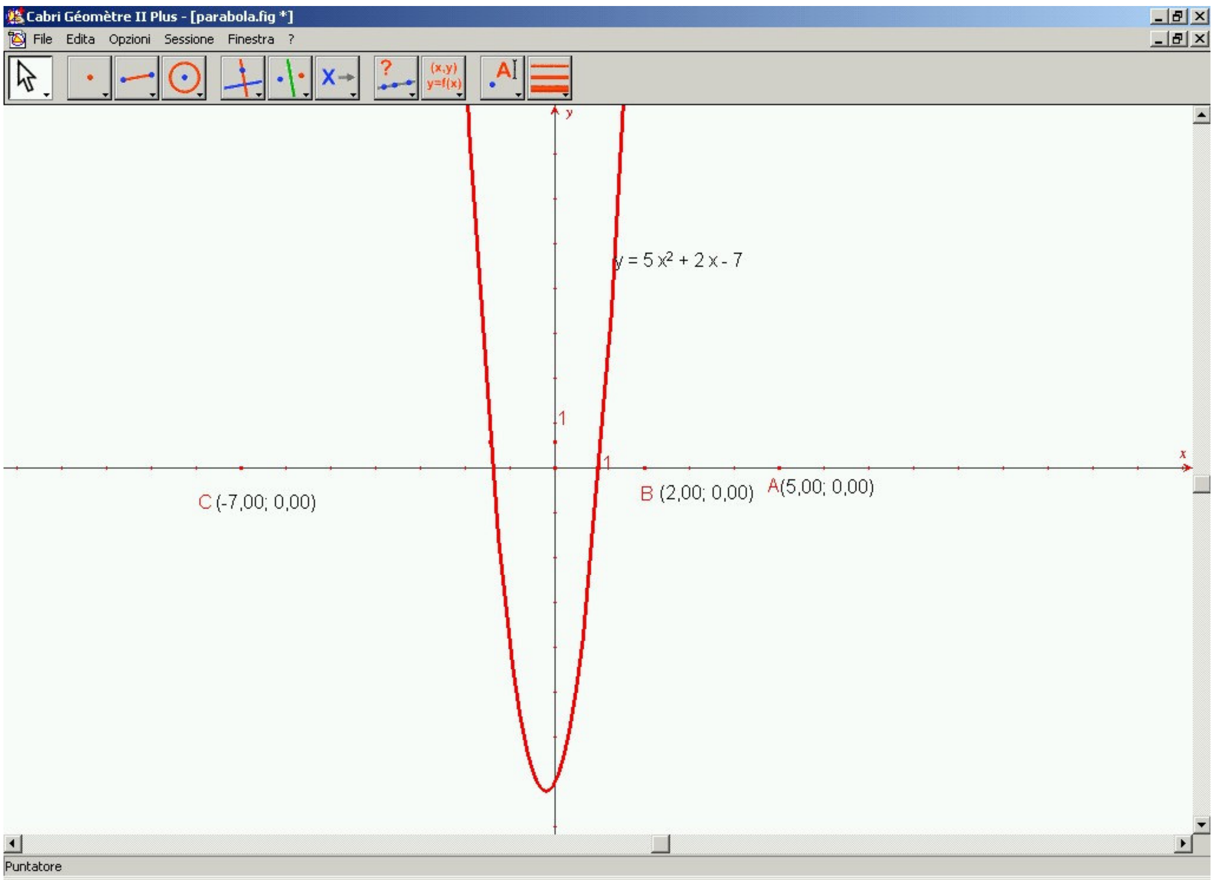
Ad ogni …………………con ……………..nell'origine, si associa ………………………… del tipo …………… Se il …………………………a è ……………………allora la concavità è rivolta verso…………., se invece a è …………………… la concavità è rivolta verso ………………….

Con la seguente scheda si mostrerà che ad ogni polinomio del tipo $y = ax^2 + bx + c$, è associata una ben determinata parabola con asse parallelo all'asse *y.* Tale parabola verrà disegnata utilizzando le funzioni "**trasporto di misura**" e "**luogo**" e sarà modificabile dall'utente facendo variare i coefficienti *a,b,c*. In tal modo sarà immediato osservare come varia la parabola al variare dei coefficienti del polinomio.

SCHEDA DI LAVORO N.2

1. Crea un nuovo foglio di Cabrì;
2. Facendo click su "**Mostra gli assi**" nel menù n.11, verranno visualizzati gli assi cartesiani.

3. Disegna sull'asse *x* quattro punti a piacere che denominerai rispettivamente "*A*", "*B*", "*C*", "*X*".
4. Scegli la voce "**Coordinate o equazioni**" nel menù n.9, quindi fai click su ognuno dei punti creati, facendo così comparire le coordinate.
5. Fai click sulla voce "**Calcolatrice**" nel menù n.9, verrà visualizzata la calcolatrice.
6. Dopo esserti assicurato che la calcolatrice sia attivata (è sufficiente osservare che la barra orizzontale su di essa sia di colore blu e non grigia), introduci l'espressione "***a*b^2+c*b+d***" dove *a, b, c, d,* sono le ascisse dei punti *A, X, B, C,* ottenute cliccando sulle ascisse di tali punti rappresentati da Cabrì.



7. Fai click sul segno "=" sulla calcolatrice e trascina il risultato ottenuto in un punto vuoto del foglio. Apparirà la scritta "**Risultato**" seguita dal risultato del calcolo del polinomio $y = ax^2 + bx + c$ valutato nel punto *x* rappresentato. Muovendo il punto *X*, osserva che il risultato mostrato varia di conseguenza.
8. Fai click su "**trasporto di misura**" nel menù n.5. Quindi seleziona il valore scritto accanto alla scritta "**Risultato**" e successivamente su un punto qualunque dell'asse *y*. Viene disegnato su tale asse un punto che denominerai "***Y***".

9. Seleziona adesso lo strumento “**Retta parallela**” nel menù n.5 e disegna le parallele agli assi x e y passanti per X e Y.
10. Dopo aver selezionato la voce “**Luogo**” nel menù n.5, seleziona prima il punto Y e quindi X. Viene visualizzata la parabola.
11. Fai ora comparire l’equazione del luogo appena visualizzato, facendo click su di esso dopo aver scelto l’opzione “**Coordinate o equazioni**” nel menù n.9. Osserva che i coefficienti di tale polinomio, anche se espressi in forma frazionaria, coincidono esattamente con le ascisse dei punti *A, B, C*.

2.2 Proprietà della parabola al variare dei coefficienti dell’equazione

Sfruttando il lavoro svolto nella precedente scheda di lavoro, verranno mostrate le proprietà della parabola al variare dei coefficienti.

SCHEDA DI LAVORO N.3

1. Riprendi il foglio della precedente scheda di lavoro.
2. Mantenendo fissi i coefficienti b e c, assegna ad a valori *positivi* sempre più grandi. Cosa avviene ai rami della parabola?..
3. Come prima, assegna alla parabola valori *negativi* sempre più piccoli. Cosa avviene ai rami della parabola?..
4. Viceversa, assegna ad a prima valori *positivi* sempre più piccoli e poi valori *negativi* sempre più grandi e osserva cosa avviene ai rami della parabola.
5. La seguente tabella riporta nella prima colonna alcuni valori del coefficiente a. Costruisci altrettante parabole corrispondenti e annota in essa, per ogni a, l’equazione della parabola, il *valore assoluto* del coefficiente a.

a	**Equazione della parabola**	$\|a\|$	**Apertura** (***cresce/decresce/non varia***)
-1			
-2			
-4			
5			
6			
7			

4			
3			
2			

6. Cosa possiamo concludere sull'apertura dei rami della parabola, all'variare del *valore assoluto* di *a*?..
7. Fissa ora i valori di *a* e *c* assegnando loro due valori a piacere.
8. Fai variare il valore del parametro *b* assegnandogli 10 valori a piacere e osserva come varia il grafico della parabola. Cosa si osserva?..

Con la seguente scheda di lavoro si vuole evidenziare il ruolo del coefficiente *c* dell'equazione della parabola, dal punto di vista grafico.

SCHEDA DI LAVORO N.4

1. Riprendi il foglio della scheda di lavoro n.1.
2. Fissa i valori dei coefficienti *a* e *b*.
3. Dopo aver selezionato la voce "**Intersezione di due oggetti**" nel menù n.2, fai click sull'asse *y* e quindi sulla parabola. Verrà disegnato il loro punto di intersezione che chiamerai "***E***".
4. Fai comparire le coordinate di *E* attraverso la funzione "**Coordinate o equazioni**" nel menù n.9.
5. Cosa noti confrontando il coefficiente *c* con l'ordinata di *E*?..
6. In corrispondenza dei sei valori della seguente tabella, annota l'equazione della parabola e l'ordinata del punto *E*.

c	***Equazione della parabola***	y_E
-4		
-2		
1		
5		
0		
-3		

Completa la seguente frase con le parole: *equazione, coefficiente, l'asse y, l'ordinata, parabola, punto di intersezione, per l'origine,* $c = 0$*, trasla, l'asse y, variare di c.*

Il……………………c dell'…………………… della ……………………, rappresenta ……………… del ……………………………………………della parabola con………………………… . Se …….. la …………………… passa……………………… Al……………..,la parabola ………..lungo………..

2.3 Elementi notevoli della parabola

Ci soffermiamo ora sugli elementi che caratterizzano la parabola: vertice, fuoco, asse e direttrice, mettendo in relazione le loro coordinate ed equazioni con i coefficienti a,b,c del polinomio di secondo grado.

SCHEDA DI LAVORO N.5

1. Crea un nuovo foglio di Cabrì;
2. Facendo click su "**Mostra gli assi**" nel menù n.11, verranno visualizzati gli assi cartesiani.
3. Fai comparire la griglia, attivando sull'omonima opzione del menù n.11 e cliccando su un punto dell'asse y.
4. Disegna il punto $(-1;1)$ e denominalo "$\boldsymbol{V}$", quindi traccia una circonferenza con centro in esso e raggio arbitrario, attraverso lo strumento "**Circonferenza**" del menù n.4.
5. Seleziona l'opzione "**retta parallela**" nel menù n.3 e traccia la parallela all'asse y passante per il centro della circonferenza.
6. Disegna i punti di intersezione della retta con la circonferenza e denomina "$\boldsymbol{F}$" quello più in "alto" e "$\boldsymbol{P}$" quello più in "basso".
7. Disegna ora la parallela all'asse x passante per P e chiamala "$\boldsymbol{d}$". Su di essa scegli un punto "$\boldsymbol{Q}$" a piacere.
8. Congiungi con un segmento F con Q. Successivamente disegna con lo strumento "**Retta perpendicolare**" del menù n.5 la perpendicolare a d passante per Q.
9. Disegna l'asse del segmento FQ e la sua intersezione "$\boldsymbol{E}$" con la perpendicolare disegnata nel punto 8.
10. Attraverso lo strumento "**Luogo**" nel menù n.5 disegna la parabola, cliccando prima su E e poi su Q.
11. Disegna la perpendicolare passante per F alla retta d e la sua intersezione con la parabola. Tale punto è detto "**vertice**" della parabola, la perpendicolare si chiama "**asse di simmetria o asse**" della parabola, F e d vengono invece chiamati rispettivamente "**Fuoco**" e "**Direttrice**" della parabola.

12. Utilizzando lo strumento "**coordinate o equazioni**" del menù n.9 fai visualizzare le coordinate e le equazioni dei quattro elementi finora definiti, oltre che l'equazione della parabola.
13. Riempi la seguente tabella, trascinando il fuoco F nelle cinque posizioni indicate nella prima colonna, calcolando di volta in volta i rapporti $-\frac{b}{2a}$ e $\frac{-1-\Delta}{4a}$ scrivendo l'equazione dell'asse e della direttrice della parabola terza e sesta colonna, ricordando che il discriminante di un polinomio di II grado è dato da: $\Delta = b^2 - 4ac$.

Posizione del fuoco	**Equazione parabola**	$-\frac{b}{2a}$	**Equazione asse**	$\frac{-1-\Delta}{4a}$	**Equazione direttrice**
$(1;3)$					
$(-2;2)$					
$(-2;-5)$					
$(1;-3)$					
$(0;4)$					
$(1;-5)$					

14. Cosa si osserva confrontando le ultime due coppie di colonne?...

Completa ora la seguente frase, con le parole: $x = -\frac{b}{2a}$, *parabola,* $y = \frac{-1-\Delta}{4a}$, *dell'asse,* $y = ax^2 + bx + c$, *della direttrice.*

Data la………………… di equazione…………………, le espressioni ……….. e ……….. rappresentano rispettivamente le equazioni …………………… e ……………………………della parabola.

Con la seguente scheda, prima di tutto si farà notare come la distanza fra il vertice della parabola e la sua direttrice è il doppio rispetto alla distanza fra il fuoco e il vertice. Successivamente si porrà l'attenzione sulle coordinate dei due punti notevoli della parabola, in relazione all'equazione $y = ax^2 + bx + c$.

SCHEDA DI LAVORO N.6

1. Crea un nuovo foglio di Cabrì;
2. Facendo click su “**Mostra gli assi**” nel menù n.11, verranno visualizzati gli assi cartesiani.
3. Fai comparire la griglia, attivando sull’omonima opzione del menù n.11 e cliccando su un punto degli assi.
4. Disegna ora un punto della griglia e chiamalo “***F***” (fuoco della parabola).
5. Disegna ora una qualunque retta parallela all’asse *x*, passante per un punto della griglia diverso da *F*, e denominala *d* (direttrice della parabola).
6. Scegli sulla direttrice un punto “***P***” non della griglia e con lo strumento “**Retta perpendicolare**” del menù n.5, disegna la perpendicolare passante per esso a *d*.
7. Congiungi con un segmento il punto *P* e il punto *F*. Disegna l’asse del segmento appena costruito mediante l’apposita funzione del menù n.5. Quest’ultimo interseca la perpendicolare costruita al punto 6 in un punto “***Q***”.
8. Con l’omonima funzione del menù n.5 disegna il luogo dei punti descritti da *P* al variare di *Q*.
9. Disegna con lo strumento “**Retta perpendicolare**” del menù n.5, la perpendicolare alla direttrice, passante per *F* (asse della parabola) e denominala “***r***”.
10. Disegna il punto di intersezione della retta *r* con la parabola e indicalo con la lettera “***V***” (vertice della parabola).
11. Con lo strumento “**Distanza o lunghezza**” del menù n.9 misura la distanza $\overline{FV}$, la distanza fra *F* e la direttrice e fra *V* e la direttrice. Cosa si nota?...
12. Trascina il fuoco della parabola nelle posizioni indicate nella prima colonna della seguente tabella e annota accanto le distanze di cui sopra.

Fuoco	$\overline{FV}$	$\overline{Fd}$	$\overline{Vd}$
$(-4;5)$			
$(6;-5)$			
$(-7;-6)$			
$(2;5)$			

13. Che relazione intercorre la distanza $\overline{Fd}$ e le distanze $\overline{FV}$ e $\overline{Vd}$?...
14. Con lo strumento “**Coordinate o equazioni**” del menù n.9 visualizza le coordinate dei punti *F* e *V* e osserva le loro ascisse. Cosa osservi?..

15. Dunque le ascisse di fuoco e vertice, nel caso di parabola con asse parallelo all'asse y sono date da: $x=-\frac{b}{2a}$.
16. Con lo strumento "**Coordinate o equazioni**" nel menù n.9, visualizza l'equazione della parabola.
17. Sposta il fuoco della parabola in sei posizioni arbitrarie. Riempi poi la seguente tabella annotando in essa le coordinate di *F*, di *V*, l'equazione della parabola e i valori assunti dalle due espressioni: $\frac{1-\Delta}{4a}$ e $-\frac{\Delta}{4a}$.

F	*V*	*Equazione parabola*	$\frac{1-\Delta}{4a}$	$-\frac{\Delta}{4a}$

18. Confronta ora l'ordinata del fuoco con il corrispondente valore dell'espressione $\frac{1-\Delta}{4a}$ e l'ordinata del vertice con il corrispondente valore dell'espressione $-\frac{\Delta}{4a}$. Cosa si osserva?...

    Completa la seguente frase con le parole: *parabola,* $y=ax^2+bx+c$, *del fuoco, del vertice,* $\left(-\frac{b}{2a};\frac{1-\Delta}{4a}\right)$, $\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Data la ………………di equazione………………… le coordinate ……………… e ………………sono date rispettivamente da: ………………e ………………….

2.4 Circonferenza con centro nell'origine degli assi cartesiani

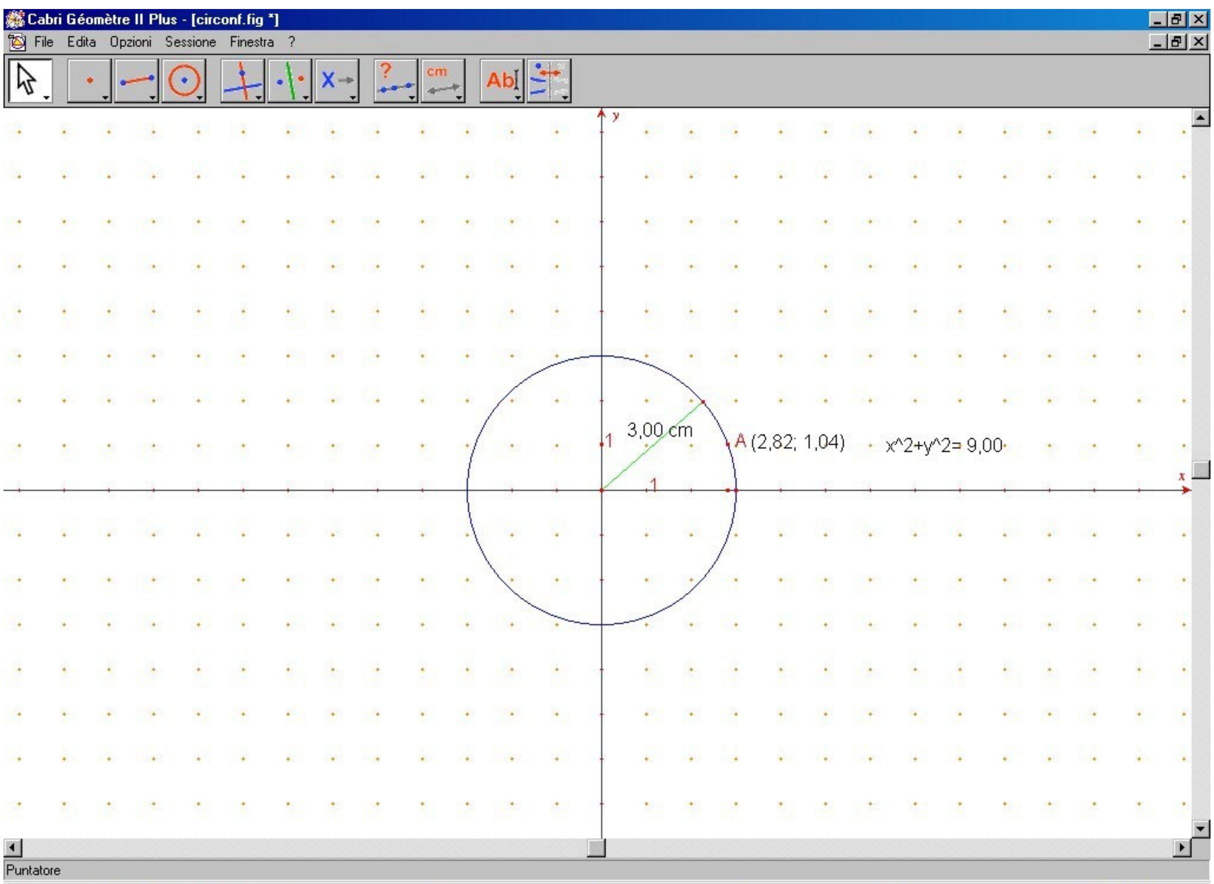
Si parte con la seguente scheda di lavoro, attraverso la quale viene introdotta l'equazione della circonferenza con vertice nell'origine degli assi cartesiani e raggio prefissato. Sfruttando le caratteristiche di Cabrì è molto semplice mostrare agli studenti che, nel caso della circonferenza centrata nell'origine, la somma dei quadrati delle coordinate di un suo qualunque punto è uguale al quadrato del raggio della circonferenza stessa.

Successivamente, si passa all'introduzione dell'equazione della circonferenza con centro in un punto qualunque e raggio prefissato. La tecnica è sempre la stessa: si fa osservare che per ogni punto $P(x, y)$ della circonferenza di centro $A(x_A, y_A)$ e assegnato raggio *r, si* ha:

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = r^2 .$$

SCHEDA DI LAVORO N.1

1. Apri un nuovo foglio di Cabrì.
2. Facendo click su "**Mostra gli assi**" nel menù n.11, verranno visualizzati gli assi cartesiani.



3. Facendo click prima su "**Griglia**" nel menù n.11 e poi su uno degli assi cartesiani, vengono mostrati i punti del piano a coordinate intere.

4. Disegna una circonferenza con centro nell'origine degli assi cartesiani e raggio 3 (dopo aver selezionato lo strumento "**circonferenza**" nel menù n.4, è sufficiente far click due volte: la prima sull'origine degli assi e la seconda sul punto (3;0) dell'asse *x*.
5. Disegna, utilizzando lo strumento "**segmento**" del menù n.3, il raggio della circonferenza e, con lo strumento "**distanza o lunghezza**" del menù n.9, visualizza la lunghezza del raggio.
6. Disegna sulla circonferenza un punto qualunque utilizzando lo strumento "**punto**" presente nel menù n.2. e denominalo *A*.
7. Con lo strumento "**Coordinate o equazioni**" del menù n.9, fai visualizzare le coordinate cartesiane del punto *A*.
8. Fai comparire la calcolatrice scegliendo la relativa funzione nel menù n.9.
9. Cliccando sull'ascissa e l'ordinata di *A* vengono visualizzate le lettere "*a*" *e* "*b*". Introduci nella essa la seguente espressione: "*a*^2+*b*^2". Le operazioni di questa espressione possono essere introdotte a mano o cliccando sui pulsanti della calcolatrice. Il numero "2" deve essere introdotto da tastiera.
10. Trascina il risultato appena visualizzato in un punto qualunque dello schermo.
11. Cosa succede al numero visualizzato se si trascina il punto *A* lungo la circonferenza?
12. Disegna ora sulla circonferenza altri sei punti distinti e denominali rispettivamente *B*, *C*, *D*, *E*, *F, G* e ripeti i punti da 6 a 9, riempiendo la seguente tabella:

Punto	***x***	***y***	$x^2 + y^2$
B			
C			
D			
E			
F			
G			

13. Completa ora la seguente frase con le parole: *origine, circonferenza, raggio, quadrati, somma, uguale, quadrato del raggio, coordinate di un punto.*

In una …………………….. di centro nell'………….. e ……….. r, la ……….. dei ………………… delle ……………………………………. di un ………….. qualsiasi è ………..al ………………………………………. della circonferenza.

14. Dunque possiamo concludere che, per un *qualunque* punto $P(x;y)$ della circonferenza di centro l'origine e raggio r: $x^2+y^2=r^2$. Questa equazione è detta "*Equazione della circonferenza di centro nell'origine e raggio r*".
15. Quale sarà allora l'equazione della circonferenza disegnata al punto 4?......................................

SCHEDA DI LAVORO N.2

1. Apri un nuovo foglio di Cabrì.
2. Facendo click su "**Mostra gli assi**" nel menù n.11, verranno visualizzati gli assi cartesiani.
3. Facendo click prima su "**Griglia**" nel menù n.11 e poi su uno degli assi cartesiani, vengono mostrati i punti del piano a coordinate intere.
4. Disegna una circonferenza con centro nell'origine degli assi cartesiani e raggio 5, facendo click prima sull'origine e quindi sul punto $A(5;0)$, dopo aver selezionato lo strumento "**circonferenza**" nel menù n.4.
5. Quale sarà la sua equazione?...
6. Trascinando il punto *A*, modifica il raggio della circonferenza facendogli assumere cinque valori distinti a piacere e riempi dunque la seguente tabella annotando in essa il raggio e la sua equazione.

Raggio	Equazione della circonferenza

7. Selezionando lo strumento "**Coordinate o equazioni**" nel menù n. 9 e facendo click sulla circonferenza della precedente tabella, Cabrì mostra la sua equazione rispetto agli assi cartesiani visualizzati. Modifica ora la circonferenza facendole assume ognuno dei raggi della precedente tabella e verifica che le equazioni mostrate da Cabrì coincidano con quelle scritte nella tabella.

2.5 Circonferenza con centro in un generico punto $P(x_0, y_0)$.

In questo paragrafo verrà dapprima generalizzata l'equazione della circonferenza al caso in cui il centro sia un punto distinto dall'origine, quindi, attraverso un'ulteriore scheda di lavoro, si cercherà di evidenziare il legame fra i coefficienti dell'equazione generale della circonferenza in forma canonica e le coordinate del centro e la lunghezza del raggio della circonferenza stessa.

SCHEDA DI LAVORO N.3

1. Apri un nuovo foglio di Cabrì.
2. Facendo click su "**Mostra gli assi**" nel menù n.11, verranno visualizzati gli assi cartesiani.
3. Facendo click prima su "**Griglia**" nel menù n.11 e poi su uno degli assi cartesiani, vengono mostrati i punti del piano a coordinate intere.
4. Disegna il punto $A(2;4)$.
5. Con lo strumento "**Circonferenza**" presente nel menù n.4, disegna una circonferenza centrata in *A* e raggio 3.
6. Scegli un qualunque punto sulla circonferenza utilizzando lo strumento "**Punto**" del menù n.2, denominalo *B*, e visualizza le sue coordinate utilizzando lo strumento "**Coordinate o equazioni**" del menù n.9.
7. Attiva lo strumento "**Calcolatrice**" nel menù n.9.
8. Introduci nella calcolatrice la seguente espressione: $(a-b)\,^\wedge 2+(c-d)\,^\wedge 2$ le lettere "*a*" e "*b*" compariranno dopo aver cliccato sulle ascisse di *A* e *B* rispettivamente, mentre le operazioni, le parentesi e i numeri di questa espressione possono essere introdotti via tastiera.
9. Ottenuto il risultato dopo aver cliccato sul pulsante "=" della calcolatrice, trascinalo con il mouse in un punto qualunque dello schermo.
10. Attiva ora la funzione "**Testo**" nel menù n.10 e quindi fai click sulla parola "Risultato". In questo modo sarà possibile modificarla. Sostituiscila allora con l'espressione: $(X-XA)\,^\wedge 2+(Y-YA)\,^\wedge 2=$.
11. Cosa accade facendo variare *B* lungo la circonferenza?..
12. Modifica ora la circonferenza in modo che il raggio abbia lunghezza 5.
13. Cosa avviene all'equazione sullo schermo?
14. Scegli ora 5 distinti punti sul piano, denominandoli rispettivamente *A*, *B*, *C*, *D, E* e ripeti i passi da 4 a 10 scegliendo ogni volta un raggio diverso. Annota nella seguente tabella le coordinate del centro, il raggio e l'equazione della circonferenza così trovata.

Centro	Raggio	Equazione
$A(\ldots;\ldots)$		
$B(\ldots;\ldots)$		
$C(\ldots;\ldots)$		
$D(\ldots;\ldots)$		
$E(\ldots;\ldots)$		

15. Completa ora la seguente frase con le parole: *origine, circonferenza, raggio, quadrati, somma, uguale, coordinate di un punto, quadrato del raggio, differenze, qualsiasi, l'ordinata, l'ascissa.*

In una ………………………….. di centro qualunque e ……….. r, la ……….. dei ………………… delle ……………………fra l'ascissa di un punto …………………e ………………… del centro e fra l'ordinata di quel punto e …………….. del centro è ………….. al ………………………………………. della circonferenza.

16. Dunque possiamo concludere che, per un *qualunque* punto $P(x;y)$ della circonferenza di centro il punto $P(x_0;y_0)$ e raggio r: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$. Questa equazione è detta "*Equazione della circonferenza di centro nell'origine e raggio r*".
17. Fai click sul pulsante "**Puntatore**". Facendo click con il tasto destro del mouse sull'equazione della circonferenza mostrata da Cabrì viene mostrato un menù contestuale. Porta la freccia del mouse su "**Tipo dell'equazione**", si apre un sottomenù in cui puoi scegliere il tipo di equazione che Cabrì visualizzerà. Scegliendo la voce "***x²+ y²+ax+by+c=0***" verrà visualizzata l'*equazione della circonferenza in forma canonica*:

$$x^2+y^2+ax+by+c=0.$$

SCHEDA DI LAVORO N.4

1. Apri un nuovo foglio di Cabrì.
2. Facendo click su "**Mostra gli assi**" nel menù n.11, verranno visualizzati gli assi cartesiani.
3. Facendo click prima su "**Griglia**" nel menù n.11 e poi su uno degli assi cartesiani, vengono mostrati i punti del piano a coordinate intere.

4. Disegna tre circonferenze distinte con vertici rispettivamente nei punti di coordinate: $A(-9;4)$, $B(-6;-4)$, $C(5;2)$, $D(-7;-1)$, $E(-2;10)$. Scegli arbitrariamente i raggi.
5. Di ognuna delle tre circonferenze: 1) denomina opportunamente i centri mediante lo strumento "**Nomi**" del menù n.10, 2) disegna un raggio attraverso lo strumento "**Segmento**" del menù n.3, 3) visualizza la sua lunghezza mediante lo strumento "**Distanza o lunghezza**" presente nel menù n.9, 4) fai comparire l'equazione in forma canonica analogamente a quanto fatto nel punto 17 della precedente scheda di lavoro.
6. Riempi ora la seguente tabella, riportando in essa, per ognuna delle circonferenze: le coordinate del centro, la sua equazione fornita da Cabrì, i valori dei coefficienti *a* e *b* e i valori delle due espressioni : $-\frac{a}{2}$ e $-\frac{b}{2}$**:**

Coordinate del centro della circonferenza	**Equazione**	**Coefficienti**		$-\frac{a}{2}$	$-\frac{b}{2}$
		a	***b***		
$A(\ldots;\ldots)$					
$B(\ldots;\ldots)$					
$C(\ldots;\ldots)$					
$D(\ldots;\ldots)$					
$E(\ldots;\ldots)$					

7. Cosa si osserva confrontando le ultime due colonne della tabella con la prima?
8. Nello stesso modo del punto 6, riempi la seguente tabella riportando in essa le lunghezze dei raggi, le equazioni, , i valori dei coefficienti *c* e i valori delle espressioni: $\sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2+\left(-\frac{b}{2}\right)^2-c}$.

Raggio della circonferenza	**Equazione**	**Coefficienti**			$\sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2+\left(-\frac{b}{2}\right)^2-c}$
		a	***b***	***c***	

9. Cosa si osserva confrontando la prima e l'ultima colonna?
10. Completa ora la seguente frase con le parole: *l'equazione, circonferenza, lunghezza del raggio, canonica,* $y=-\frac{b}{2}$ *,* $x=-\frac{a}{2}$**,** *coordinate del centro*, $r=\sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2+\left(-\frac{b}{2}\right)^2-c}$.

Data…………………… di una……………………………… in forma ……………………. $x^2+y^2+ax+by+c=0$ *, le espressioni…….., ……… e …………………….. rappresentano le ……………………………………e il ………………della circonferenza assegnata.*

Bibliografia

[1] "*Introduzione a Cabrì Géomètre un programma per l'insegnamento della geometria*" di L.Tomasi

[2] "*Laboratorio: Equazione della retta nel piano cartesiano con Cabrì Géomètre*" di A.Carta e C.Miotto, in Bollettino "CabrIRSSAE 2003".

[3] "*La retta e i sistemi lineari*." Mod.E di M. Bergamini, A.Trifone. Ed. Zanichelli.

[4] "*Percorsi di geometria dinamica*" – Cabrì World 2004

Siti Internet

[1] http://www.fardiconto.it

[2] http://www.matematicamente.it

Indice