

**UNIVERSIDAD DISTRITAL FJDC**  
**FAC. TECNOLÓGICA**  
**ESPECIALIZACIÓN EN TELECOMUNICACIONES**  
**MEDIOS DE TRANSMISIÓN**  
**"Ejercicios adicionales de repaso (1)"**

Prof. Francisco J. Zamora

A continuación se presentan algunas soluciones alternativas a problemas ya realizados y otros problemas de interés de libro de Chipman, así como nuevos problemas inspirados en los quizzes de clase y asignaciones para los estudiantes.

**SOLUCION ALTERNATIVA AL PROBLEMA RESUELTO 3.1**

Recuérdese que en este ejercicio se conocía la función  $i(t)$  y se calculó el gradiente de tensión en el dominio del tiempo. Es posible realizar el mismo ejercicio en el dominio de la frecuencia, teniendo en cuenta las transformaciones fasoriales y la notación compleja (revisar el documento Trsys1.mcd). Recordando los datos del problema:

$$\omega := 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad R := 0.053 \frac{\text{ohm}}{\text{m}} \quad L := 0.62 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}} \quad G := 950 \cdot 10^{-12} \frac{\text{mho}}{\text{m}}$$

$$C := 39.5 \frac{\text{pF}}{\text{m}} \quad \text{modulo imaginario: } j := \sqrt{-1}$$

Se define ahora:  $I_m := 75 \text{ mA}$       Expresión dominio temporal:  $i(t) := I_m \cdot \cos(10^4 \cdot t) \text{ mA}$  ■

Utilizando la transformada fasorial para esta función, se puede obtener un fasor cuya magnitud y ángulo son los siguientes:

$$I := \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad I = 0.053 \cdot \text{A} \quad \begin{array}{l} | \\ | \\ > \text{ datos del fasor corriente: } I \_ \phi \\ | \\ | \end{array}$$

$$\phi := 0 \text{ rad}$$

En mcad es más conveniente definir los elementos complejos en forma rectangular, pero en este caso, dado que el componente imaginario es cero, no es necesario. Ahora se define la impedancia serie distribuída según el modelo de Chipman y otros autores (Trsys1.mcd):

$$Z_s := R + j \cdot \omega \cdot L \quad |Z_s| = 0.053 \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2} \quad \arg(Z_s) = 0.116 \text{ rad}$$

El gradiente fasorial de voltaje es entonces:  $G_v := -Z_s \cdot I$  (rms)

$$|G_v| = 2.83 \cdot 10^{-3} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1} \quad \arg(G_v) = -3.025 \text{ rad}$$

De lo anterior es fácil aplicar la transformada fasorial inversa, para expresar el gradiente de tensión finalmente como:

$$G_v(t) := \sqrt{2} \cdot |G_v| \cdot \cos(\omega \cdot t + \arg(G_v)) \quad \sqrt{2} \cdot |G_v| = 4.002 \cdot 10^{-3} \cdot \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$$

La respuesta final es por lo tanto:

$$G_v(t) := 4.00 \cdot \cos(10^4 \cdot t - 3.025) \frac{\text{mV}}{\text{m}}$$

**4.15** Una línea de transmisión de impedancia característica de  $(80+j*0)\Omega$  y de pérdidas despreciables se ramifica en sus terminales de carga en tres líneas de transmisión secundarias todas las cuales tienen la misma impedancia característica  $Z_0$  y están terminadas irreflexivamente. Los terminales de entrada están conectados en paralelo con la carga terminal de la primera línea de transmisión. (a) Si la primera línea de transmisión está terminada irreflexivamente, ¿Cuál es el valor de  $Z_0$ ? (b) Si el fasor de la magnitud del voltaje es  $1.0 \text{ V rms}$  en la primera línea de transmisión, ¿Cuál es la potencia entregada a los terminales de carga de cada una de las líneas de transmisión secundarias?

### SOLUCIÓN.

Cabe destacar aquí que presumiblemente debido a un error de traducción, el problema tal como está planteado presenta infinitas soluciones porque:

- 1) No se menciona cual es el valor de la impedancia de carga de la primera línea, a la cual se conectan en paralelo tres impedancias (líneas no reflexivas) idénticas.
- 2) El paralelo de los cuatro elementos anteriores debe ser igual a la impedancia característica de la primera línea de transmisión,  $80 \Omega$
- 3) Existen infinitas combinaciones paralelo que satisfacen dicha condición.

Es presumible entonces, que el problema originalmente planteara que las tres líneas de transmisión conectadas en paralelo constituirían la impedancia de carga de la primera. En tal caso:

$Z_{00} := (80 + j \cdot 0) \Omega$	Es la impedancia de la primera línea.
$n := 3$	Número de segmentos de línea idénticos en paralelo.
$Z_0 := n \cdot Z_{00}$	Impedancia característica de cada segmento paralelo.
	$Z_0 = 240 \Omega$ (Pues el paralelo de $n$ $Z_0$ 's debe ser $Z_{00}$ )

Si las líneas se consideran sin pérdidas, entonces la potencia real entregada a cada una de ellas se puede calcular a partir del voltaje común paralelo:

$$V := 1 \text{ V} \quad P_{Z_0} := \frac{(|V|^2)}{\text{Re}(Z_0)} \quad P_{Z_0} = 4.167 \cdot 10^{-3} \text{ W}$$

Recuérdese que en este caso el factor de potencia es 0, por lo que la potencia aparente (VA) es igual en magnitud a la potencia real (W), siendo cero la potencia reactiva (VAR). Nótese que los valores de  $V$  o  $I$  para estos cálculos deben ser rms.