



UNIVERSIDAD DISTRITAL FJDC
FAC. TECNOLÓGICA
ESPECIALIZACIÓN EN TELECOMUNICACIONES
MEDIOS DE TRANSMISIÓN
"COEFICIENTES DE CIRCUITO DISTRIBUIDO E
IMPEDANCIA CARACTERÍSTICA"

Prof. Francisco J. Zamora

Las siguientes expresiones relacionan los coeficientes de circuito distribuido de las líneas de transmisión convencionales y su impedancia característica con sus propiedades y dimensiones físicas.

CONDUCTORES CIRCULARES SOLIDOS

Suponga un conductor solido circular . Conviene definir ciertas constantes:

Sea la permeabilidad del material conductor = μ

Conductividad del material conductor = σ

Radio del conductor circular solido = a

Resistencia DC por u. de longitud:

$$R_{dc} = \frac{1}{\sigma \cdot \pi \cdot a^2} \quad \frac{\Omega}{m}$$

Si el conductor opera con señales a una frecuencia angular = ω , conviene definir la cantidad δ :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \cdot \sigma \cdot \mu}}$$

Análisis en el dominio E-M permiten concluir que se deben utilizar las funciones de Bessel modificadas de orden cero:

$J_0(x)$ es la función de Bessel de primera clase.

$Y_0(x)$ es la función de Bessel de segunda clase.

Definiciones auxiliares necesarias:

$$\text{ber}(x) = \text{Re}(J_0(\sqrt{-j} \cdot x)) \quad \text{ker}(x) = \text{Re}(Y_0(\sqrt{-j} \cdot x))$$

$$\text{bei}(x) = \text{Im}(J_0(\sqrt{-j} \cdot x)) \quad \text{kei}(x) = \text{Im}(Y_0(\sqrt{-j} \cdot x))$$

La impedancia INTERNA serie distribuida (por unidad de longitud) de un segmento de conductor circular, incluyendo los efectos resistivos e inductivos (L_i), a una frecuencia ω , se define como:

$$Z_i = R + j \cdot \omega \cdot L_i$$

Si se define la resistencia pelicular o skin:

$$R_s = \frac{1}{a \cdot \delta} = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu}{2 \cdot \sigma}}$$

Entonces la impedancia interna distribuida queda:

$$R + j \cdot \omega \cdot Li = \frac{j \cdot R_s}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot a} \cdot \left[\frac{\text{ber}\left(\sqrt{2} \cdot \frac{a}{\delta}\right) + j \cdot \text{bei}\left(\sqrt{2} \cdot \frac{a}{\delta}\right)}{\frac{d}{da} \text{ber}\left(\sqrt{2} \cdot \frac{a}{\delta}\right) + j \cdot \frac{d}{da} \text{bei}\left(\sqrt{2} \cdot \frac{a}{\delta}\right)} \right]$$

La solución de estas expresiones toma sentido práctico cuando se analizan casos diversos de la relación a/δ . En altas frecuencias (por encima de las decenas de MHz), la resistencia ac del conductor circular macizo es equivalente a la resistencia dc de una lámina conductora de espesor δ y ancho igual al perímetro del conductor circular (Teorema del efecto Skin o de piel). Los valores típicos que se analizan para dicha relación están en rangos inferiores a 0.5, inferiores que 1.5, entre 1.5 y 4, mayores que 4, mayores que 100. Ver Líneas de Transmisión de Chipman (Serie Schaum), p. 85-87. Muchos de estos datos son obtenidos de tablas, debido a la complejidad de las expresiones.

En particular, para valores por encima de las decenas de MHz y

$$\dots \text{si } \frac{a}{\delta} > 100 \quad \text{entonces} \quad R = \frac{R_s}{2 \cdot \pi \cdot a} \quad \text{y} \quad \omega \cdot Li = R \quad \text{o} \quad Li = \frac{R}{\omega}$$

La resistencia distribuida de conductores planos gruesos y conductores circulares tubulares se encuentra en tablas y nomogramas (op. cit. p.89 ...)

LÍNEAS COAXIALES

Resistencia Distribuida Total para frecuencias superiores a las decenas de MHz:

$$R_{hf} = \frac{R_s}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right)$$

Siendo **a** el radio exterior del conductor interior

y **b** el radio interior del conductor exterior, y suponiendo R_s igual para ambos conductores (si no, aplicar por separado) y el grosor de ambos conductores es mayor que 3δ .

El medio dieléctrico entre los conductores es isotrópico, sin pérdidas y posee una permitividad ϵ_r real, entonces la **Capacitancia Distribuida** de la línea coaxial es:

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad \frac{F}{m} \quad \text{y sabiendo que} \quad \epsilon_0 := 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} \quad \text{entonces} \quad C = \frac{55.6 \cdot \epsilon_r}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad \frac{\mu F}{m}$$

Siendo ϵ_r la permitividad relativa del medio dieléctrico, que se puede encontrar en tablas y manuales técnicos.

En cuanto a la **Conductancia distribuida** de la línea coaxial se ha encontrado que no se debe al flujo de cargas entre conductores sino a las pérdidas en el dieléctrico inducidas por los continuos cambios de polarización del campo magnético, por lo que dependen directamente de la frecuencia. Para describir esto, se ha generalizado la permitividad o constante dieléctrica del medio con pérdidas (pero no conductivo en dc) por medio de un número complejo. por lo que para dicho material:

$$\epsilon \equiv \epsilon' - j \cdot \epsilon'' \quad \text{y} \quad G = \omega \cdot \left(\frac{\epsilon''}{\epsilon'} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon'}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \right) = \omega \cdot C \cdot \tan(\delta) \quad \frac{S}{m} \quad \text{con} \quad C \equiv \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon'}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad \text{y} \quad \tan(\delta) \equiv \frac{\epsilon''}{\epsilon'}$$

La cantidad $\tan(\delta)$ se llama factor de pérdida de dieléctrico en campos eléctricos ac, o tangente del ángulo de pérdida del material dieléctrico, pero aquí δ es **diferente** de la profundidad de piel en un conductor que lleva corriente ac. Debe tenerse cuidado con esta infortunada notación.

G suele ser muy pequeña y difícil de medir en la mayoría de los casos.

Para la **Inductancia distribuida**, debe decirse que es el único de los cuatro coeficientes que depende tanto de los conductores como del medio que los separa, a diferencia de los dos anteriores. Debe diferenciarse L_i , la inductancia interna debido a los conductores, de la inductancia L distribuida total de la línea, especialmente a frecuencias bajas, donde predomina L_i pero en altas frecuencias predomina la inductancia externa distribuida.

La inductancia externa distribuida L_x se calcula como:

$$L_x = \frac{\mu'_m}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad \frac{H}{m} \quad \text{recordando que para el vacío} \quad \mu'_m = \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \quad \frac{H}{m}$$

LA LÍNEA COAXIAL EN ALTA FRECUENCIA

Si las siguientes condiciones se cumplen:

$$\frac{a}{\delta} > 100 \quad \frac{b}{\delta} > 100 \quad \frac{\omega \cdot L}{R} > 10 \quad \frac{\omega \cdot C}{G} > 10$$

... las cuales se cumplen para TODAS las líneas coaxiales prácticas para frecuencias por encima de algún valor entre 1 y 100 MHz, entonces se pueden utilizar las siguientes expresiones simplificadas:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu'_m}{4 \cdot \pi^2 \cdot \epsilon'}} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{138}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \log\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad \text{ohm} \quad \text{(Si el dieléctrico, como generalmente ocurre, presenta las mismas propiedades magnéticas del vacío)}$$

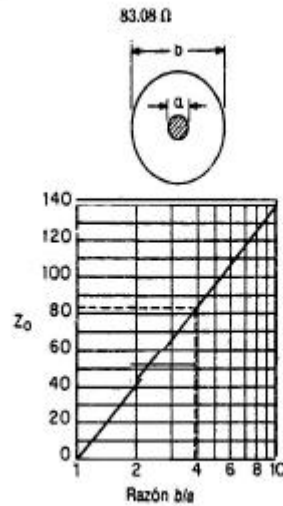
y la velocidad de fase de las ondas en la línea vendrá dada por:

$$v_p = \frac{3.00 \cdot 10^8 \text{ m}}{\sqrt{\epsilon_r} \text{ s}} \quad \text{(...bajo la misma suposición anterior).}$$

ALGUNOS DATOS ÚTILES:

TABLA 18-3 Constante dieléctrica de materiales utilizados comúnmente

Material	Constante dieléctrica
Aire	1.0
Baquelita	4.4-5.4
Acetato de celulosa	3.3-3.9
Formica	4.6-4.9
Vidrio de ventana	7.6-8.0
Vidrio Pyrex	4.8
Mica	5.4
Papel	3.0
Plexiglass	2.8
Poliétileno	2.3
Poliestireno	2.6
Porcelana	5.1-5.9
Cuarzo	3.8
Teflón	2.1



Impedancia característica para líneas coaxiales con aire como dieléctrico (gráfica simplificada)

LÍNEAS DE TRANSMISIÓN CON CONDUCTORES CIRCULARES PARALELOS

El análisis de estas líneas se complica por la falta de simetría entre los conductores circulares. Generalmente se introduce el concepto de "efecto de proximidad" para tratar de explicar los parámetros de estas líneas a partir de los parámetros de las líneas circulares y coaxiales. Por lo general estos métodos se apoyan de tablas y nomogramas.

El caso típico de estas líneas se presenta en los postes telefónicos (antiguos) y algunos cables de alimentadores de antenas de TV, aunque hoy ya están en desuso y han sido reemplazados por coaxiales.

En los análisis se introduce la nueva variable s , que representa la distancia entre los ejes de los conductores. Para mayor información consultar el texto de Chipman, página 110 en adelante. También en este texto se encontrarán datos sobre las líneas de transmisión de conductores planos paralelos.