TECNICO DELLA PIANIFICAZIONE ECONOMICA E AMBIENTALE DELLE AREE PORTUALI

LEZIONE 7/11/05

STATISTICA

Antigone Marino

antigone@na.infn.it

LA DISTRIBUZIONE BINOMIALE

Se *p* è la probabilità che si presenti un certo evento in una prova e *q=1-p* è la probabilità che l'evento non si presenti, allora la probabilità che l'evento si presenti esattamente X volte in N prove (cioè che si abbiano X successi ed N-X insuccessi) è data da

$$p(X) = \frac{N!}{X!(N-X)!} p^X q^{N-X}$$

$$= {}_N C_X \, p^X q^{N-X}$$

Dove X=0, 1, 2, ..., N mentre N!=N(N-1)(N-2)...1

Questa distribuzione di probabilità discreta è detta **distribuzione binomiale**.

ESEMPIO sulla BINOMIALE

La probabilità che si presentino esattamente 2 teste in 6 lanci è calcolabile con la distribuzione binomiale

$$p(X) = \frac{N!}{X!(N-X)!} p^X q^{N-X}$$

$$= \frac{6!}{2!(6-2)!}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2} = \frac{6!}{2!4!}\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{15}{64}$$

PROPRIETA' DELLA BINOMIALE

Ecco alcune proprietà della distribuzione binomiale

Media	$\mu = Np$
Varianza	$\sigma^2 = Npq$
Scarto Quadratico Medio	$\sigma = \sqrt{Npq}$

UN ALTRO ESEMPIO sulla BINOMIALE

In 100 lanci di una moneta il numero di teste è

$$\mu = Np = 100\frac{1}{2} = 50$$

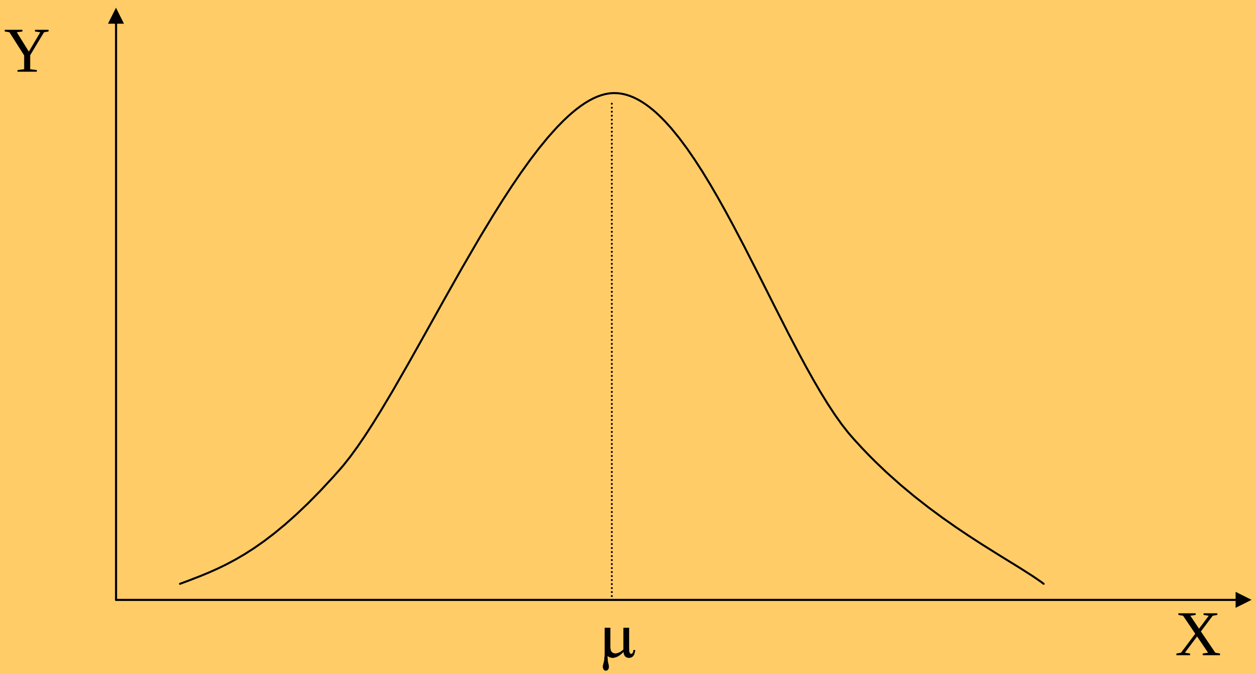
Questo è il numero atteso di teste in 100 lanci della moneta.

Lo scarto quadratico medio è

$$\sigma = \sqrt{Npq} = \sqrt{100\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)} = 5$$

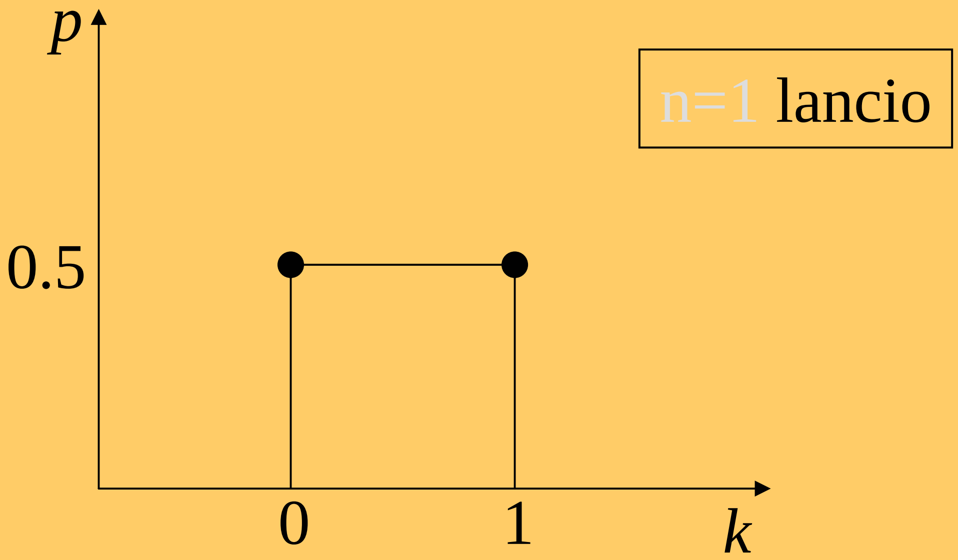
LA DISTRIBUZIONE NORMALE

La distribuzione normale è rappresentata da una particolare curva continua a forma campanulare, della curva gaussiana



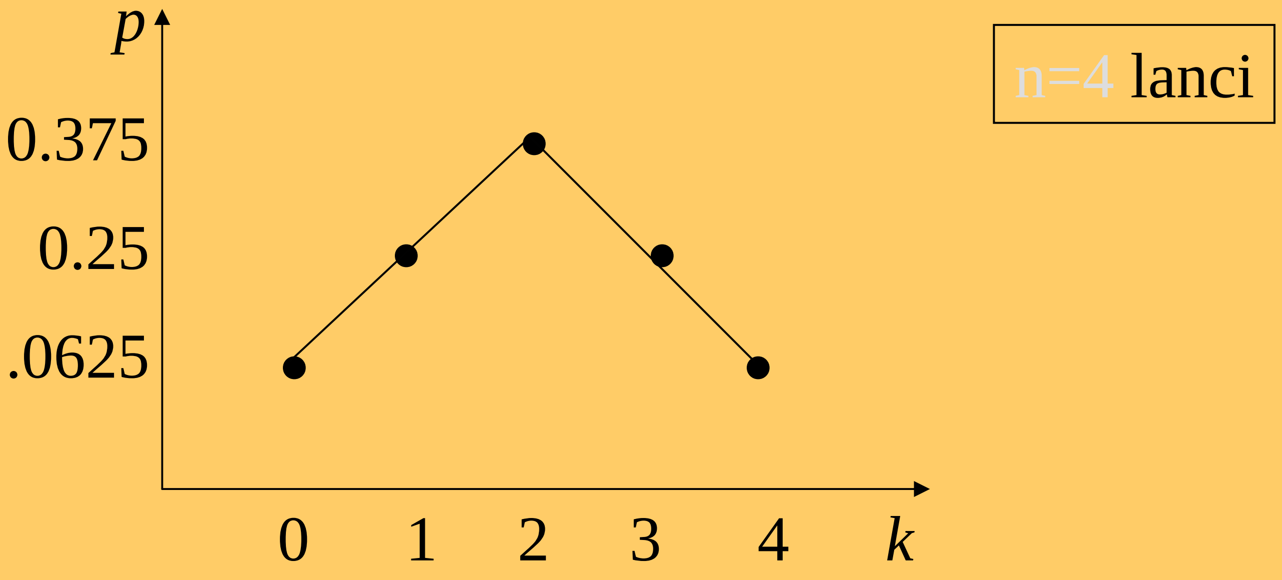
RELAZIONE TRA BINOMIALE E NORMALE

Lancio moneta: k= “risultato testa” con p=0.5



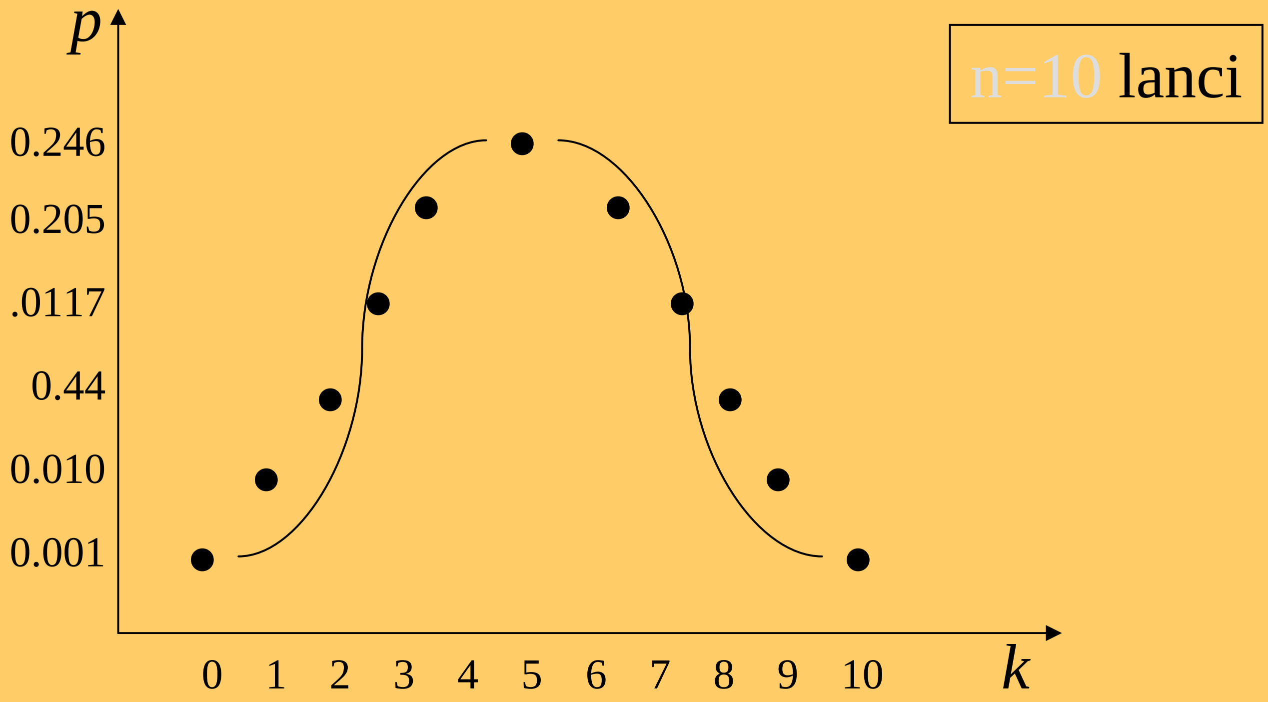
RELAZIONE TRA BINOMIALE E NORMALE

Lancio moneta: k= “risultato testa”



RELAZIONE TRA BINOMIALE E NORMALE

Lancio moneta: k="risultato testa"



LA DISTRIBUZIONE NORMALE

La Distribuzione Normale è definita dalla seguente equazione:

$$Y = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

μ = media della popolazione

σ = scarto quadratico medio

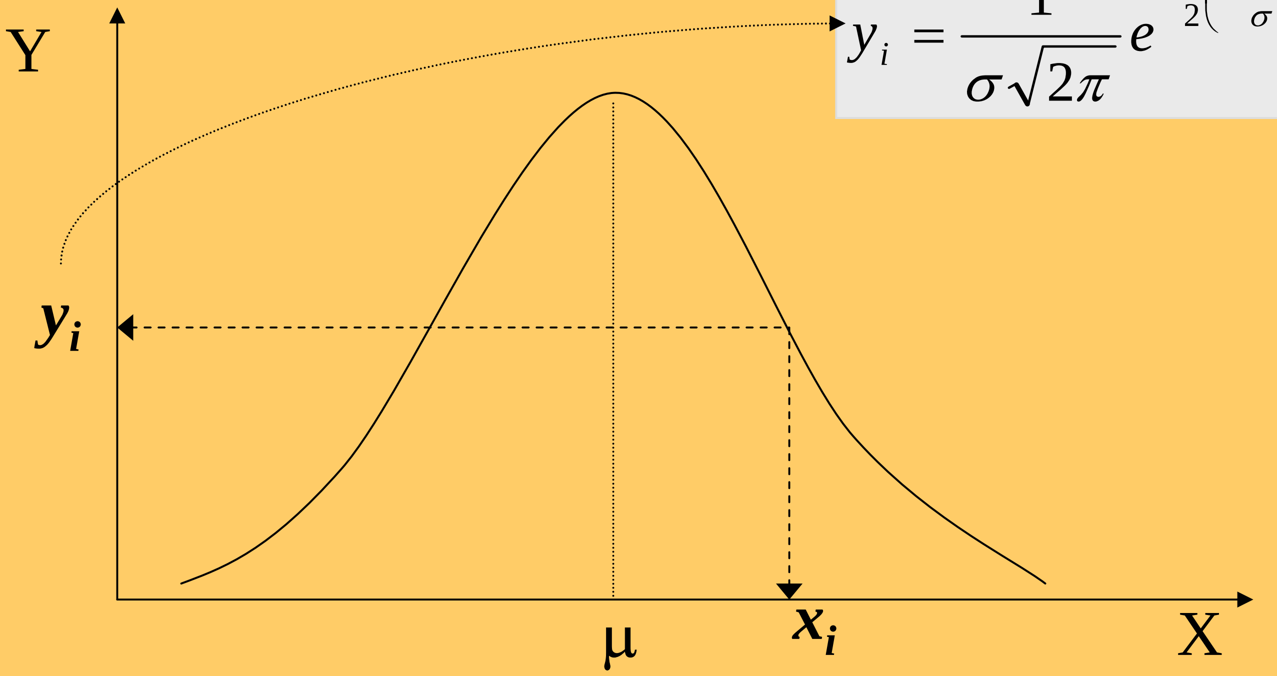
π = costante (=3.14)

e = costante (=2.718)

LA DISTRIBUZIONE NORMALE

Per qualsiasi valore ***x*** che la variabile può assumere, attraverso la funzione si calcola la ***y*** corrispondente

$$y_i = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i-\mu}{\sigma}\right)^2}$$



PROPRIETA' DELLA DISTRIBUZIONE NORMALE

Ha le seguenti caratteristiche:

INFINITA: va da $-\infty$ a $+\infty$

SIMMETRICA: rispetto alla Y massima

($f(x)$= punto più alto ⇨ $x=\mu$)

UNIMODALE: (μ=Mo=Me)

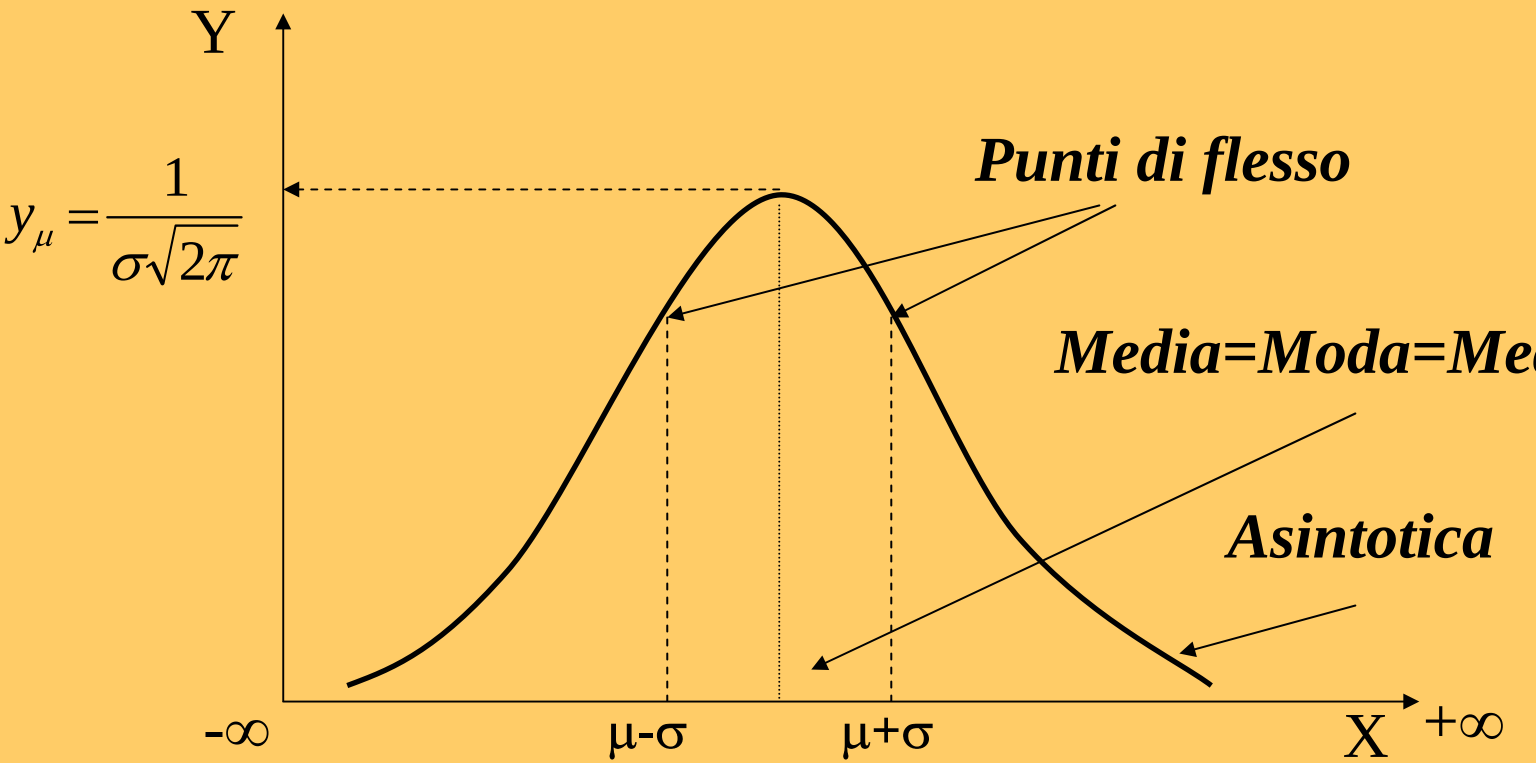
ASINTOTICA: si avvicina all'asse delle X

senza mai toccarlo

PROPRIETA' DELLA DISTRIBUZIONE NORMALE

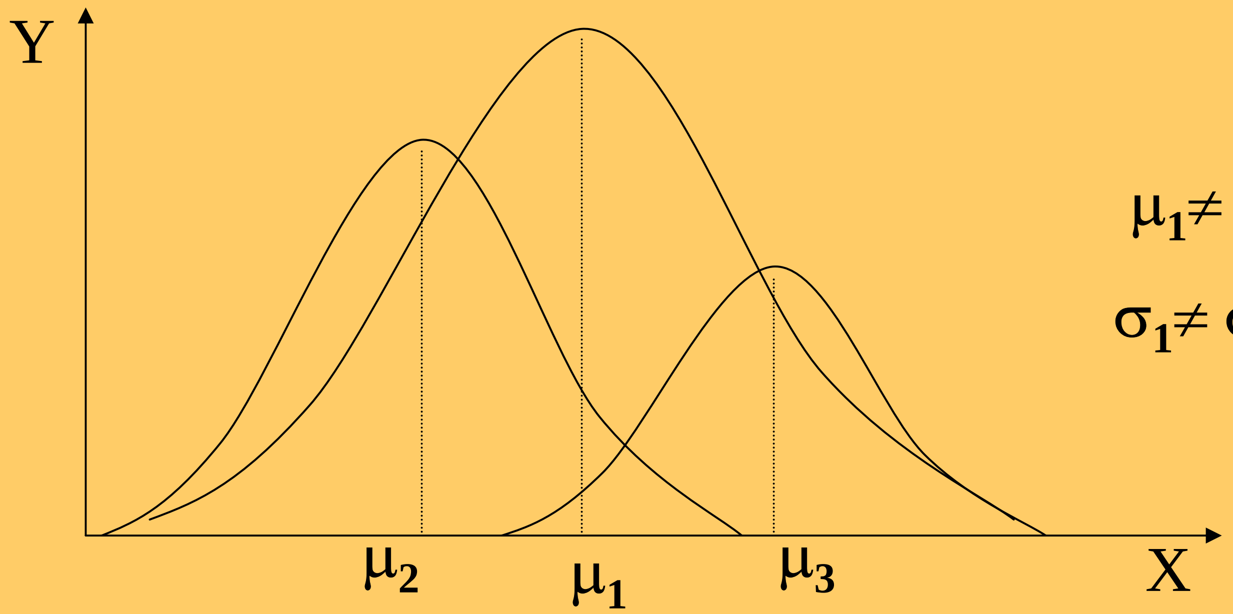
CRESCENTE per $-\infty < x < \mu$ e DECRESCENTE per $\mu < x < +\infty$

⇨due punti di flesso a $\pm\,\sigma$ da μ



PROPRIETA' DELLA DISTRIBUZIONE NORMALE

La curva **NORMALE** è definita dai parametri μ e σ ⇨ vi è una famiglia di distribuzioni normali con medie e deviazioni standard diverse



$\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$

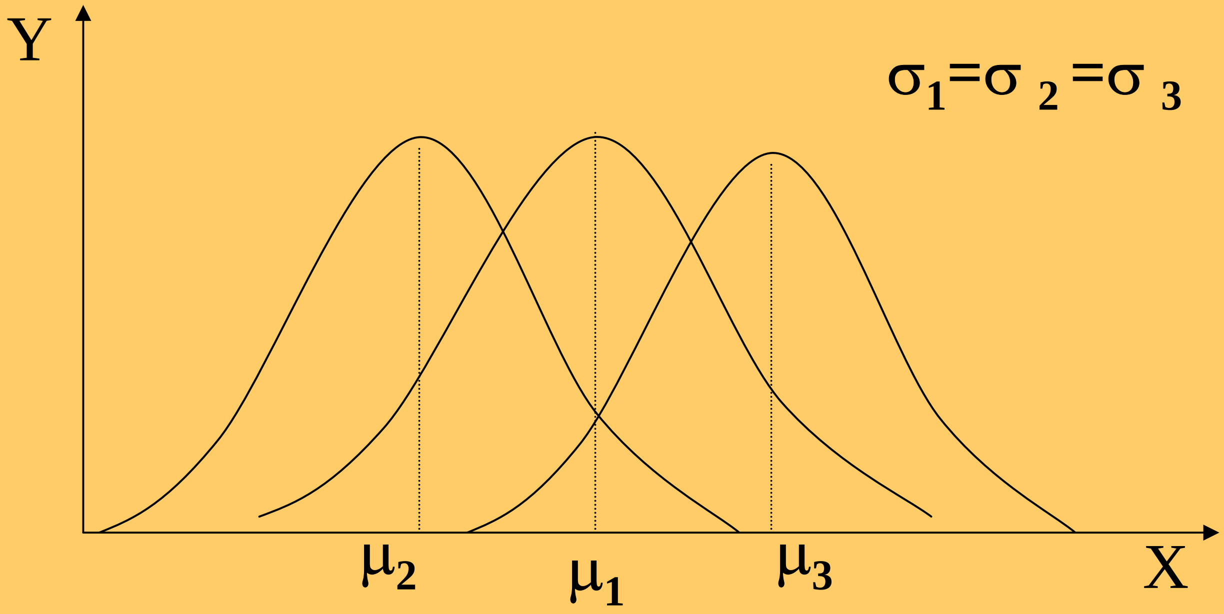
$\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$

PROPRIETA' DELLA DISTRIBUZIONE NORMALE

Famiglia di distribuzioni normali con una **diversa media** e con la stessa deviazione standard

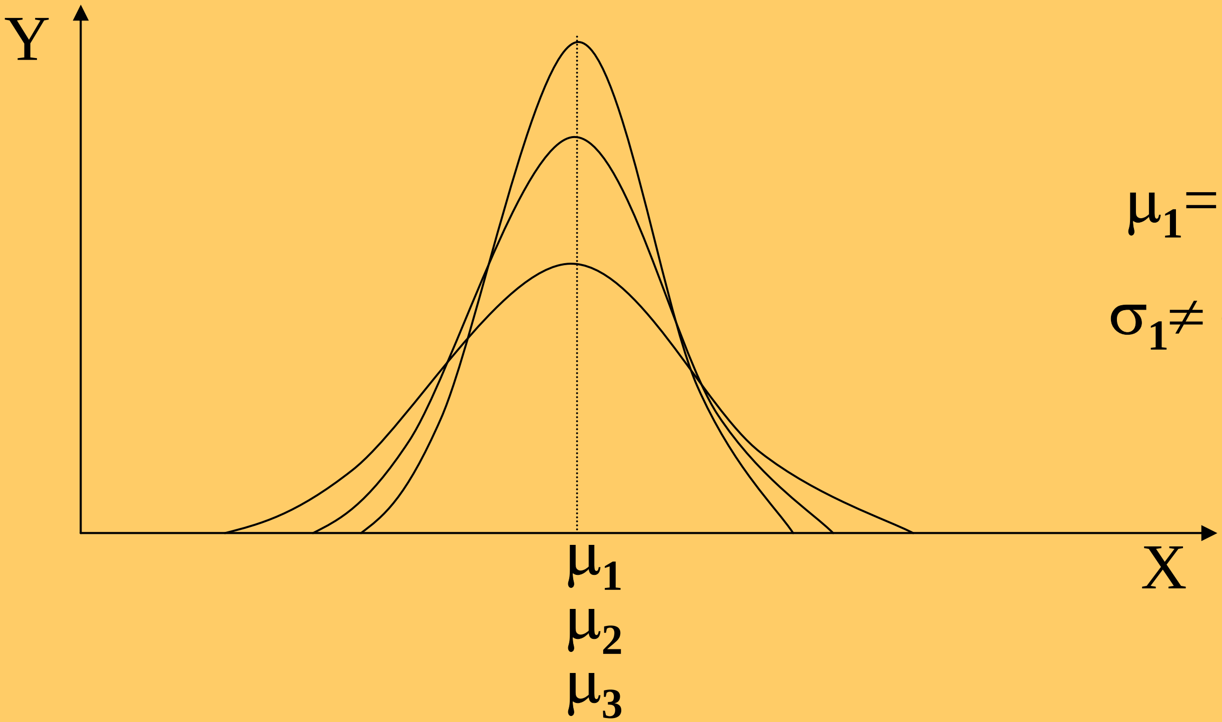
$\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$

$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$



PROPRIETA' DELLA DISTRIBUZIONE NORMALE

Famiglia di distribuzioni normali con una stessa media e con **diversa deviazione standard**.



$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

$\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$

PROPRIETA' DELLA DISTRIBUZIONE NORMALE

- Qualsiasi siano i parametri μ e σ**, l'area sotto la curva è uguale a 1.00** (oppure 100%).

- La porzione di curva delimitata dalla media e un ordinata espressa in termini di deviazioni standard è **costante.**

  - ⇨ $\mu+\sigma$ = .3413 (34% della distribuzione)
  - ⇨ $\mu+2\sigma$ = .4773 (48% della distribuzione)
  - ⇨ $\mu+3\sigma$ = .4986 (49.86% della distribuzione)

DISTRIBUZIONE NORMALE STANDARDIZZATA

Distribuzione Normale Standardizzata

Trasformando i valori di ***x*** in punti ***z*** si ottiene una distribuzione **NORMALE STANDARDIZZATA** con $\mu=0$ e $\sigma=1$.

$$Y = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$\Downarrow$$

$$Y = f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

DISTRIBUZIONE NORMALE STANDARDIZZATA

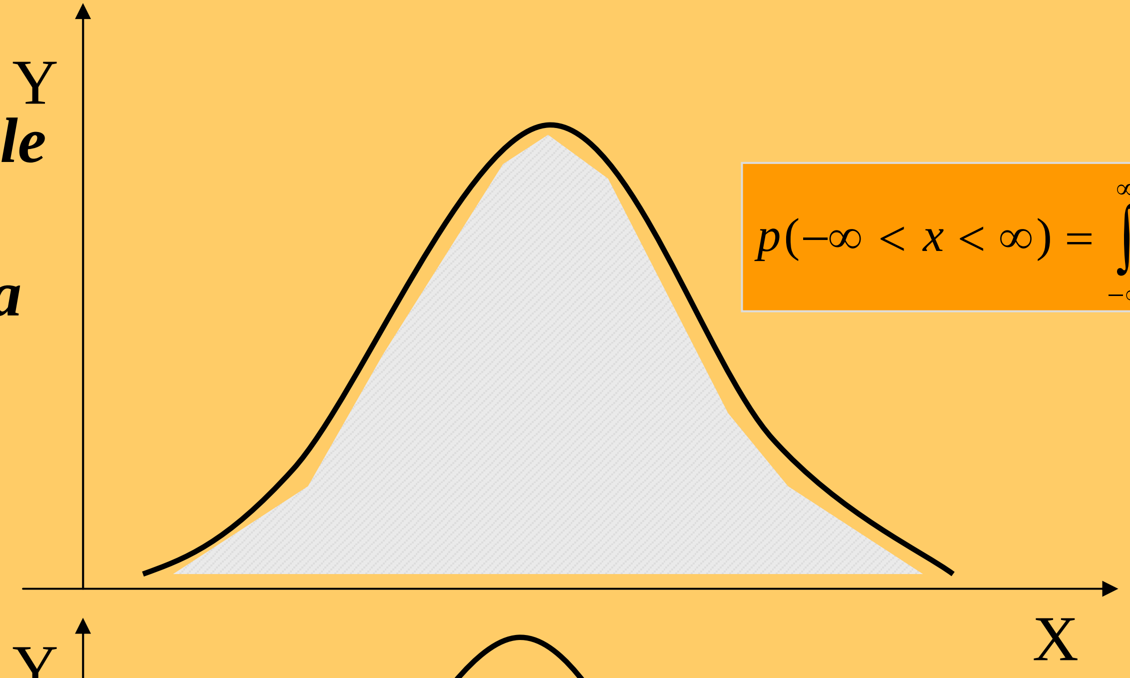
L'area sotto la curva si ottiene risolvendo un'integrale.

$$p(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$

- Il valore che si ottiene è compreso tra 0 e 1 (⇦ probabilità)
- Moltiplicando tale valore per 100 si ottiene la percentuale della distribuzione compresa tra x_1 e x_2

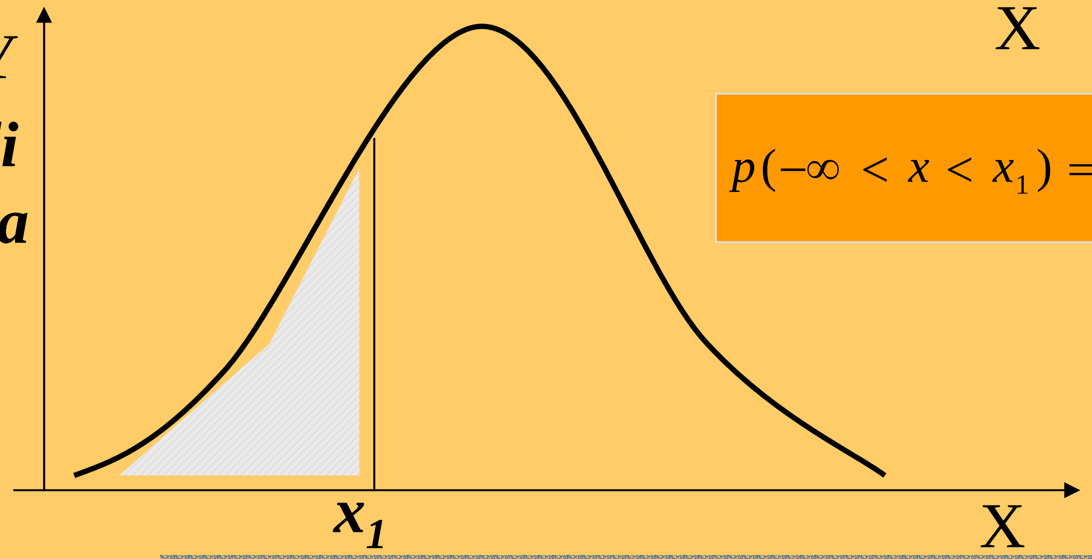
LA PROBABILITA' COME AREA

Area totale sottesa alla curva



$$p(-\infty < x < \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

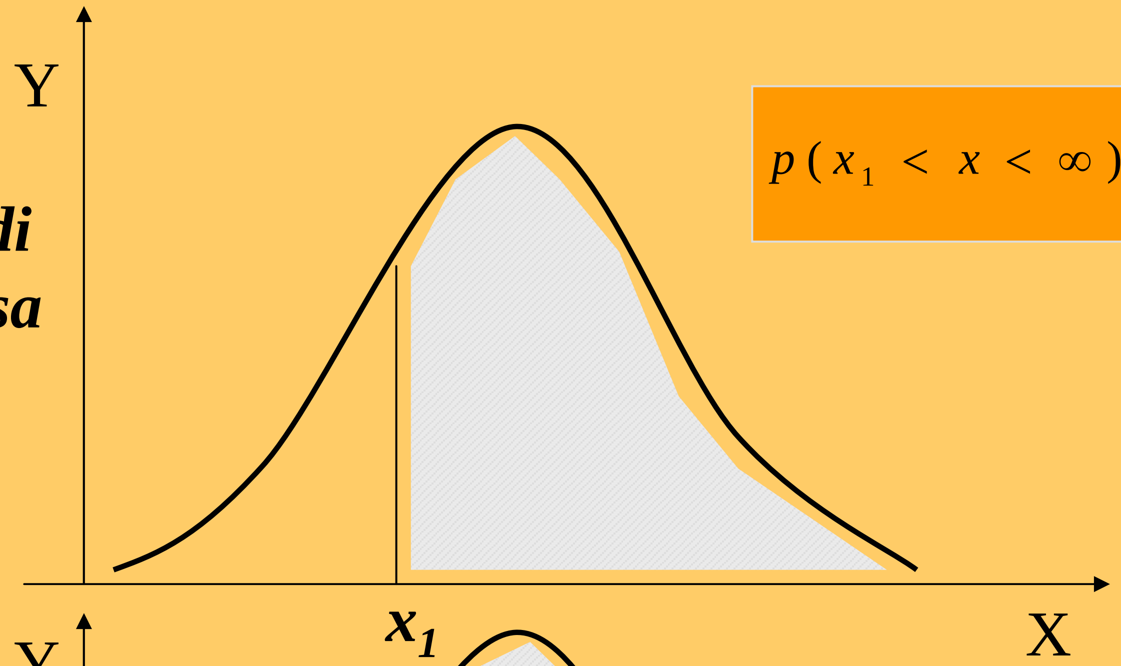
Porzione di area sottesa alla curva



$$p(-\infty < x < x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f(x)dx$$

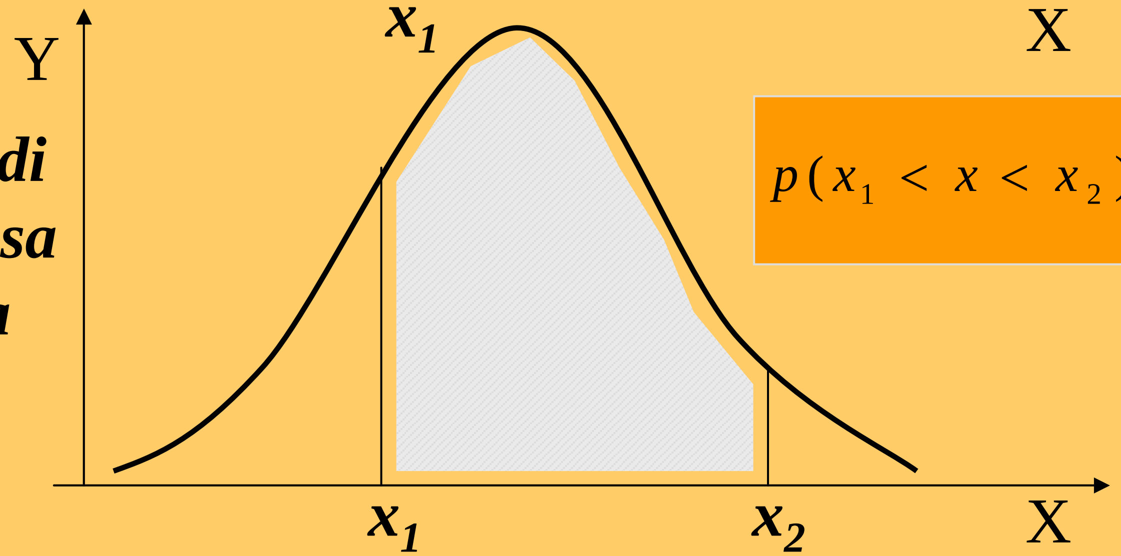
LA PROBABILITA' COME AREA

Porzione di area sottesa alla curva



$$p(x_1 < x < \infty) = \int_{x_1}^{\infty} f(x)dx$$

Porzione di area sottesa alla curva



$$p(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$

LA PROBABILITA' COME AREA