

**TECNICO DELLA PIANIFICAZIONE ECONOMICA
E AMBIENTALE DELLE AREE PORTUALI**

LEZIONE 19/10/05

STATISTICA

Antigone Marino

antigone@na.infn.it

IL SIMBOLO DI SOMMATORIA

Denotiamo con il simbolo X_j qualunque degli N valori $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ assunti da una variabile X .

j è detto indice.

Il simbolo di sommatoria:

$$\sum_{j=1}^N X_j = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N$$

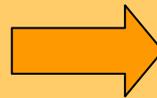
MEDIE ED INDICI DI POSIZIONE

Una **media** è un valore che è rappresentativo di un insieme di dati.

Tali valori tendono a cadere centralmente all'interno di un insieme di dati ordinati secondo l'ordine di grandezza, e vengono spesso detti **indici di posizione**.

Si possono definire diversi tipi di medie:

- media aritmetica;
- mediana;
- moda;
- media geometrica;
- media armonica.



Ciascuna di queste medie offre vantaggi e svantaggi, secondo i dati e gli scopi.

LA MEDIA ARITMETICA

La **media aritmetica** o media di un insieme di N numeri $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ viene indicata con \bar{X} ed è definita dalla seguente relazione:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum_{j=1}^N X_j}{N}$$

LA MEDIA ARITMETICA

Se i numeri $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ compaiono rispettivamente $f_1, f_2, f_3, \dots, f_N$ volte (frequenze) allora la media aritmetica è data dalla relazione

$$\bar{X} = \frac{f_1 X_1 + f_2 X_2 + \dots + f_K X_K}{f_1 + f_2 + \dots + f_K} = \frac{\sum_{j=1}^K f_j X_j}{\sum_{j=1}^K f_j}$$

LA MEDIA ARITMETICA PONDERATA

Talvolta associamo ai numeri $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ certi pesi $w_1, w_2, w_3, \dots, w_N$ secondo la importanza attribuita ai numeri stessi. In tal caso si parla di **media aritmetica ponderata**.

$$\bar{X} = \frac{w_1 X_1 + w_2 X_2 + \dots + w_K X_K}{w_1 + w_2 + \dots + w_K} = \frac{\sum_{j=1}^K w_j X_j}{\sum_{j=1}^K w_j}$$

PROPRIETA' DELLA MEDIA ARITMETICA

- a) La somma algebrica delle differenze tra un insieme di numeri e la loro media aritmetica vale zero;
- b) La somma dei quadrati delle differenze tra un insieme di numeri X_j e un qualsiasi numero a è minima solo se $a = \bar{X}$.
- c) Se f_1 numeri hanno media m_1 , f_2 numeri hanno media m_2 , etc... allora la media di tutti i numeri è

cioè una media aritmetica ponderata di tutte le medie

- d) Se A è una costante qualsiasi e se $d_j = X_j - A$ sono le differen

LA MEDIANA

La mediana di un insieme di numeri ordinati in ordine di grandezza è il valore centrale oppure la media aritmetica dei due valori centrali.

ESEMPIO 1: la media di questo insieme di numeri è

3, 4, 4, 5, 6, 8, 8, 8, 10

ESEMPIO 2: per l'insieme di numeri

5, 5, 7, 9, 11, 12, 15, 18

$$\text{Mediana} = \frac{9+11}{2} = 10$$

LA MODA

La **moda** di un insieme di numeri è il valore che si presenta con la più alta frequenza, cioè il valore più comune.

La moda può non esistere, e anche se esiste può non essere unica.

ESEMPIO 1: {2, 2, 5, 7, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 12, 18}

ESEMPIO 2: {3, 5, 8, 10, 12, 18} non ha Moda

ESEMPIO 3: {2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 7, 7, 9} è detto **bimodale**

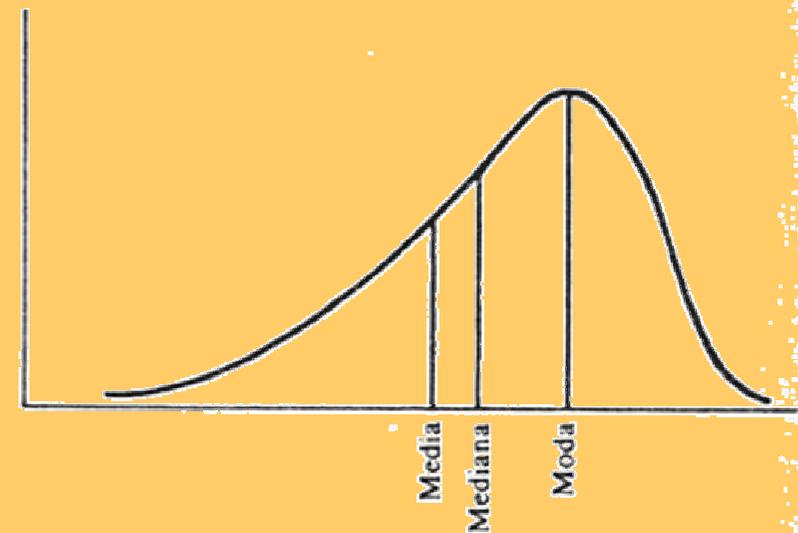
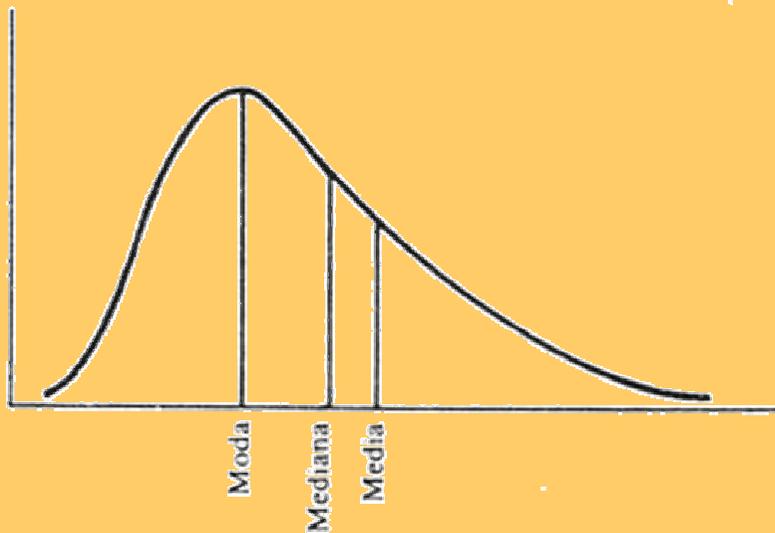
RELAZIONE EMPIRICA TRA MEDIA, MEDIANA E MODA

Per curve simmetriche

$$\text{Media} = \text{Moda} = \text{Mediana}$$

Per curve asimmetriche unimodali

$$\text{Media} - \text{Moda} = 3(\text{Media} - \text{Mediana})$$



LA MEDIA GEOMETRICA

La **media geometrica** G di un insieme $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ di N numeri è la radice N -esima del prodotto dei numeri:

$$G = \sqrt[N]{X_1 X_2 X_3 \dots X_N}$$

ESEMPIO: la media geometrica di $\{2, 4, 8\}$ è

$$G = \sqrt[3]{2 \cdot 4 \cdot 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

LA MEDIA ARMONICA

La **media armonica** H di un insieme di N numeri $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ è il reciproco della media aritmetica dei reciproci dei numeri stessi:

$$H = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{X_j}}$$

ESEMPIO: la media armonica di $\{2, 4, 8\}$ è

$$H = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = \frac{3}{\frac{7}{8}} = 3,43$$

RELAZIONE TRA MEDIA, MEDIA GEOMETRICA E MEDIA ARMONICA

La media geometrica di un insieme di numeri positivi $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ è minore o uguale alla loro media aritmetica, ma maggiore o uguale alla loro media armonica. In simboli

$$H \leq G \leq \bar{X}$$

LA MEDIA QUADRATICA

La media quadratica di un insieme di numeri $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ viene talvolta indicata con $\sqrt{X^2}$ e viene definita come

$$M_{quadratica} = \sqrt{X^2} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N X_j^2}{N}}$$

La media quadratica viene spesso usata in fisica.

QUARTILI

Se un insieme di dati è sistemato in ordine di grandezza, il valore centrale (o la media aritmetica dei due valori di mezzo) che divide l'insieme in due parti uguali è la mediana. Estendendo tale concetto, possiamo occuparci di quei valori che dividono l'insieme in quattro parti uguali.

Questi valori, indicati con Q_1 , Q_2 e Q_3 sono detti primo, secondo e terzo **quartile**.

Il valore Q_2 è uguale alla mediana.

DECILI E PERCENTILI

I valori che dividono i dati in dieci parti uguali si dicono **decili**.

I valori che dividono i dati in 100 parti uguali sono detti **percentili**.

Il quinto decile ed il cinquantesimo percentile corrispondono alla mediana.